

۱۹,۲۵

$$A = \{1, 2, 3\} \quad B = \{2, 3\}$$

$$A \times B = \{(1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\}$$

$$B^2 = B \times B = \{(2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\}$$

$$A \times B - B^2 = \{(1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\} - \{(2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\} = \{(1, 2), (1, 3)\}$$

۲

الف) $m^2 = m + 2 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow (m - 2)(m + 1) = 0 \Rightarrow m = 2 \text{ یا } m = -1$
 تابع باشد

if $m = 2 \Rightarrow \{(3, 4), (2, 1), (-3, 2), (-2, 2), (3, 4), (2, 4)\} \Rightarrow$ تابع نیست چون به ازای $x = 3$ دو y دارد. $\Rightarrow m = -1$ ✓

ب) $m^2 = m + 2 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow (m - 2)(m + 1) = 0 \Rightarrow m = 2 \text{ یا } m = -1$
 تابع باشد

if $m = 2 \Rightarrow \{(3, 4), (2, 1), (2, 4), (3, 4), (-2, 2), (-1, 3)\} \Rightarrow$ جواب ندارد $m = \emptyset$ ✓
 if $m = -1 \Rightarrow \{(3, 1), (2, 1), (-1, 4), (3, 1), (-2, -1), (-1, 3)\} \Rightarrow$ تابع نیست - درازای $x = 3$ دو y دارد

$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & ; x \leq 1 \\ ax + b & ; 1 < x \leq 2 \\ x^3 & ; x > 2 \end{cases}$
 آرب جایی x عدد $\frac{1}{2}$ قرار دهیم دو عبارت برابری شوند.
 آرب جایی x عدد $\frac{3}{2}$ قرار دهیم دو عبارت برابری شوند.

سوال: $ax + b = \lambda x(-1) = -4x$ ✓

if $x = 1 \Rightarrow x^2 - 1 = ax + b \Rightarrow (1)^2 - 1 = a + b \Rightarrow a + b = 0 \xrightarrow{*} a = \lambda \Rightarrow \lambda + b = 0 \Rightarrow b = -\lambda$ ۲

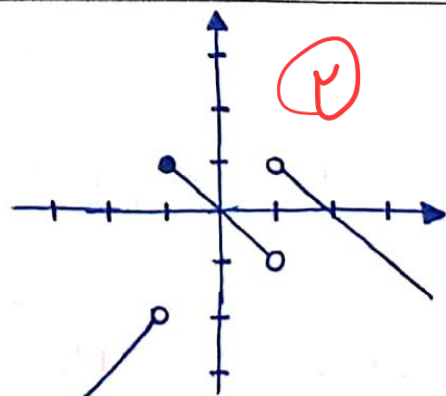
if $x = 2 \Rightarrow x^3 = ax + b \Rightarrow (2)^3 = 2a + b \Rightarrow 2a + b = \lambda \xrightarrow{*} a + \overbrace{a+b}^{\lambda} = \lambda \Rightarrow a = \lambda$

$f(x) = \begin{cases} 2x - 3 & ; x \geq k \\ \varepsilon - 3x & ; x \leq k \end{cases} \Rightarrow$ به ازای $x = k$ دو عبارت برابر می شوند

$2x - 3 = \varepsilon - 3x \Rightarrow 5x = \varepsilon + 3 \Rightarrow x = \frac{\varepsilon + 3}{5} = 1, 4 \Rightarrow$ به ازای $x = 1, 4$ دو عبارت برابر می شوند.

سوال: $k = 1, 4$ ✓

$f(x) = \begin{cases} -x + 2 & ; x > 1 \\ -x & ; -1 \leq x < 1 \\ x - 1 & ; x < -1 \end{cases}$
 $D_f = \mathbb{R} - \{1\}$
 $R_f = (-\infty, 1]$ ✓



۲

$$الف) 2y^3 + x^2 + 1 = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} 2y_1^3 = -x^2 - 1 \\ 2y_2^3 = -x^2 - 1 \end{cases} \Rightarrow 2y_1^3 = 2y_2^3 \Rightarrow y_1^3 = y_2^3 \Rightarrow y_1 = y_2 \Rightarrow \text{تابع است} \quad \checkmark$$

$$ب) x^2 + 6y^2 - 2x - 12y + 10 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 + 6y^2 - 12y + 9 = 0 \Rightarrow (x-1)^2 + (2y-3)^2 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{matrix} \text{همه عشان برابر صفر بشند} \\ \text{چون مربع در عبارت} \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} \text{برابر صفر هستند} \\ \text{مربع در عبارت} \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ 2y-3=0 \Rightarrow y=\frac{3}{2} \end{matrix} \Rightarrow A \begin{vmatrix} 1 \\ \frac{3}{2} \end{vmatrix} \quad \checkmark$$

$$الف) x \sin y = y \sin x \Rightarrow \text{اگر } x=0 \text{ باشد} \Rightarrow y = \mathbb{R}$$

$$x=0 \begin{cases} y=1 \\ y=2 \\ y=3 \\ \vdots \end{cases}$$

$\Rightarrow$ تابع نیست

$$ب) \sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = 2 \Rightarrow \text{بهمون } \frac{x}{y} + \frac{y}{x} + 2 = 4 \Rightarrow \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 2 \Rightarrow \frac{x^2 + y^2}{xy} = 2 \Rightarrow x^2 + y^2 - 2xy = 0 \Rightarrow (x-y)^2 = 0 \Rightarrow x=y$$

$$الف) y = \sqrt{\frac{x-1}{x-3}} + \sqrt{\frac{x-2}{x}} \Rightarrow \frac{x-1}{x-3} \geq 0 \Rightarrow \begin{array}{c|ccc} x & 1 & 3 & \\ \hline P & + & - & + \end{array} \Rightarrow (-\infty, 1] \cup (3, +\infty)$$

$$\frac{x-2}{x} \geq 0 \Rightarrow \begin{array}{c|ccc} x & 0 & 2 & \\ \hline P & - & + & - \end{array} \Rightarrow (0, 2] \quad \text{Df} = (0, 2] \quad \checkmark$$

$$ب) \sqrt{2} + \sqrt{y-1} = \sqrt{3} \Rightarrow \sqrt{y-1} = \sqrt{3} - \sqrt{2} \Rightarrow y \geq 0 \Rightarrow [0, +\infty) \cap (-\infty, 3] = [0, 3]$$

$$الف) y = \sqrt{\frac{x^2 - 7x + 6}{x^2 - 10x + 16}} \Rightarrow \begin{matrix} x^2 - 7x + 6 \geq 0 \Rightarrow (x-4)(x-1) \geq 0 \\ x^2 - 10x + 16 \geq 0 \Rightarrow (x-8)(x-2) \geq 0 \end{matrix}$$

$$\Rightarrow D_f = (-\infty, 1] \cup [4, +\infty) \quad \checkmark$$

$$ب) y = \sqrt{\frac{x^2 - 7x + 6}{x^2 - 10x + 16}} \Rightarrow \frac{x^2 - 7x + 6}{x^2 - 10x + 16} \geq 0 \Rightarrow \frac{(x-4)(x-1)}{(x-8)(x-2)} \geq 0$$

$$D_f = (-\infty, 1] \cup (2, 4] \cup (8, +\infty) \quad \checkmark$$

$$الف) y = \frac{\sqrt{2x^2 - 5x + 3}}{\sqrt{3x^2 - 7x + 4}} \Rightarrow \begin{matrix} 2x^2 - 5x + 3 \geq 0 \\ 3x^2 - 7x + 4 \geq 0 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} a+b+c=0 \\ a+b+c=p \end{matrix}$$

$$ب) y = \frac{\sqrt{2x^2 - 5x + 3}}{\sqrt{3x^2 - 7x + 4}} \Rightarrow \frac{2x^2 - 5x + 3}{3x^2 - 7x + 4} \geq 0 \Rightarrow a+b+c=p$$

$$D_f = (-\infty, \frac{4}{3}) \cup [\frac{3}{2}, +\infty) - \{1\} \quad \checkmark$$