

$$A = \{1, 2, 3\} \quad B = \{2, 3\}$$

$$A \times B = \{(1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\}$$

$$B^2 = B \times B = \{(2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\}$$

$$A \times B - B^2 = \{(1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\} - \{(2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\} = \{(1, 2), (1, 3)\}$$

الف) $m^2 = m + 2 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow (m - 2)(m + 1) = 0 \Rightarrow m = 2$ یا $m = -1$
 تابع باشد

if $m = 2 \rightarrow \{(3, 4), (2, 1), (-3, 2), (-2, 2), (3, 4), (2, 4)\} \Rightarrow$ تابع نیست چون به ازای $x = 2$ دو y دارد $\Rightarrow m = -1$

ب) $m^2 = m + 2 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow (m - 2)(m + 1) = 0 \Rightarrow m = 2$ یا $m = -1$
 تابع باشد

if $m = 2 \rightarrow \{(3, 4), (2, 1), (2, 4), (3, 4), (-2, 2), (-1, 3)\} \Rightarrow$ تابع نیست در ازای $x = 2$ دو y دارد

if $m = -1 \rightarrow \{(3, 1), (2, 1), (-1, 4), (3, 1), (-2, -1), (-1, 3)\} \Rightarrow$ تابع نیست در ازای $x = -1$ دو y دارد

$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & ; x \leq 1 \\ ax + b & ; 1 < x \leq 2 \\ x^3 & ; x > 2 \end{cases}$ آرب خای x عدد $\frac{1}{2}$ قرار دهیم دو عبارت برابری شوند. سوال: $a \times b = \Lambda \times (-1) = -64$

if $x = 1 \rightarrow x^2 - 1 = ax + b \Rightarrow (1)^2 - 1 = a + b \Rightarrow a + b = 0 \xrightarrow{*} a = \Lambda \Rightarrow \Lambda + b = 0 \Rightarrow b = -\Lambda$

if $x = 2 \rightarrow x^3 = ax + b \Rightarrow (2)^3 = 2a + b \Rightarrow 2a + b = \Lambda \xrightarrow{*} a + \overbrace{a + b}^{\Lambda} = \Lambda \Rightarrow a = \Lambda$

$f(x) = \begin{cases} 2x - 3 & ; x \geq K \\ \epsilon - 3x & ; x \leq K \end{cases} \Rightarrow$ به ازای $x = K$ دو عبارت برابر می شوند

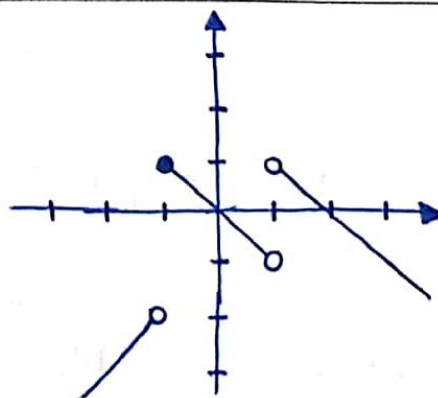
$2x - 3 = \epsilon - 3x \Rightarrow 5x = \epsilon + 3 \Rightarrow x = \frac{\epsilon + 3}{5} = 1, 4 \Rightarrow$ به ازای $x = 1, 4$ دو عبارت برابر می شوند.

خ: $K = 1, 4$

$f(x) = \begin{cases} -x + 2 & ; x > 1 \\ -x & ; -1 \leq x < 1 \\ x - 1 & ; x < -1 \end{cases}$

$D_f = \mathbb{R} - \{1\}$

$R_f = (-\infty, 1]$



$$الف) 2y^3 + x^2 + 1 = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} 2y_1^3 = -x^2 - 1 \\ 2y_2^3 = -x^2 - 1 \end{cases} \Rightarrow 2y_1^3 = 2y_2^3 \Rightarrow y_1^3 = y_2^3 \Rightarrow y_1 = y_2 \Rightarrow \text{تابع است}$$

$$ب) x^2 + 6y^2 - 2x - 12y + 10 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 + 6y^2 - 12y + 9 = 0 \Rightarrow (x-1)^2 + (2y-3)^2 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{matrix} \text{چون مربع دو عبارت} \\ \text{برابر صفر هستند} \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ 2y-3=0 \Rightarrow y=\frac{3}{2} \end{matrix} \Rightarrow A \begin{vmatrix} 1 \\ \frac{3}{2} \end{vmatrix} \Rightarrow \text{تابع است}$$

$$الف) x \sin y = y \sin x \Rightarrow \text{اگر } x=0 \text{ باشد} \Rightarrow y \in \mathbb{R} \quad X$$

$$x=0 \Rightarrow \begin{cases} y=1 \\ y=2 \\ y=3 \\ \vdots \end{cases} \Rightarrow \text{تابع نیست}$$

$$ب) \sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = 2 \Rightarrow \text{بهمین توان} \Rightarrow \frac{x}{y} + \frac{y}{x} + 2 = 4 \Rightarrow \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 2 \Rightarrow \frac{x^2 + y^2}{xy} = 2 \Rightarrow x^2 + y^2 - 2xy = 0 \Rightarrow (x-y)^2 = 0 \Rightarrow x=y$$

$$الف) y = \sqrt{\frac{x-1}{x-3}} + \sqrt{\frac{x-2}{x}} \Rightarrow \frac{x-1}{x-3} \geq 0 \Rightarrow \begin{array}{c|ccc} x & 1 & 3 & & \\ \hline P & + & - & + & \end{array} \Rightarrow (-\infty, 1] \cup (3, +\infty)$$

$$\frac{x-2}{x} \geq 0 \Rightarrow \begin{array}{c|ccc} x & 0 & 2 & & \\ \hline P & - & + & - & \end{array} \Rightarrow (0, 2] \quad D_f = (0, 2]$$

$$ب) \sqrt{2} + \sqrt{y-1} = \sqrt{3} \Rightarrow \sqrt{y-1} = \sqrt{3} - \sqrt{2} \Rightarrow y \geq 0 \Rightarrow [0, +\infty) \cap (-\infty, 3] = [0, 3]$$

$\sqrt{y-1} \Rightarrow$ تابع همواره 0 و بیشتر از صفر باشد $\Rightarrow y-1 \geq 0 \Rightarrow y \geq 1$ و این دامنه را $\Rightarrow \sqrt{3} - \sqrt{2} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{3} \geq \sqrt{2}$ جواب نیست $= [0, 3]$

$$الف) y = \frac{\sqrt{x^2 - 7x + 6}}{\sqrt{x - 10x + 16}} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 7x + 6 \geq 0 \Rightarrow (x-6)(x-1) \geq 0 \\ x^2 - 10x + 16 \geq 0 \Rightarrow (x-8)(x-2) \geq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow D_f = (-\infty, 1] \cup [6, +\infty) \cup [8, +\infty)$$

$$ب) y = \sqrt{\frac{x^2 - 7x + 6}{x - 10x + 16}} \Rightarrow \frac{x^2 - 7x + 6}{x^2 - 10x + 16} \geq 0 \Rightarrow \frac{(x-6)(x-1)}{(x-8)(x-2)} \geq 0$$

$D_f = (-\infty, 1] \cup (2, 6] \cup (8, +\infty)$

$$الف) y = \frac{\sqrt{2x^2 - 5x + 3}}{\sqrt{3x^2 - 7x + 4}} \Rightarrow \begin{cases} 2x^2 - 5x + 3 \geq 0 \\ 3x^2 - 7x + 4 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} \text{ریشه ها: } \frac{3}{2} \text{ و } 1 \\ \text{ریشه ها: } \frac{4}{3} \text{ و } \frac{1}{3} \end{matrix} \Rightarrow D_f = (-\infty, 1] \cup [\frac{3}{2}, +\infty)$$

$$ب) y = \sqrt{\frac{2x^2 - 5x + 3}{3x^2 - 7x + 4}} \Rightarrow \frac{2x^2 - 5x + 3}{3x^2 - 7x + 4} \geq 0 \Rightarrow a+b+c=0$$

$D_f = (-\infty, \frac{4}{3}) \cup [\frac{3}{2}, +\infty) - \{1\}$