نام و نام خانوادگی ...حسین جعفری شاریوک... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۱... کلاس ...یازدهم B...

۲۵ عالی نوشتی

۱ (۲)

الف) $f=\{(۳,۲),(n,۵),(۳,n^۲-n),(m,۲),(-۱,۴)\}$

$n^۲-n=۲ \Rightarrow n=۲$ یا -۱

$n \to -۱ \to (-۱,۵),(-۱,۴) \to$ تابع نیست

$n \to ۲$ ✓ $(۳,۲),(m,۲) \Rightarrow m=۳$

$n=۲$

ب) $f=\{(-۱,۱),(۱,۲),(a,m-۱),(۲,۳),(a+۲,n)\}$ $(m,۳)$

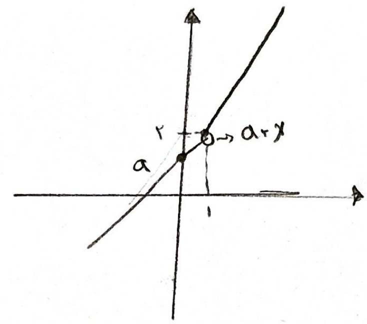
$(m,۳),(۲,۳) \Rightarrow m=۲$

$(a,۱),(-۱,۱) \Rightarrow a=-۱$

$(۱,۲)(۱,n) \Rightarrow n=۲$

۲ (۲)

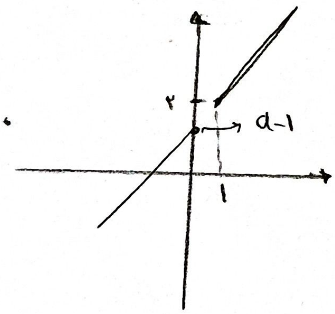
$f(x)=\begin{cases}۳x-۱ ; x\ge ۱\\ x+a ; x<۱\end{cases}$



$\left.\begin{array}{l}a \le ۲\\ a \le ۱\end{array}\right\} \cap = a \le ۱$

۳ (۲)

$f(x)=\begin{cases}۳x-۱ ; x\ge ۱\\ \underbrace{ax+a-۱}_{A} ; x\le ۰\end{cases}$



* شیب نمی‌تواند منفی و صفر باشد $\Leftarrow a>۰$

$R_A=(-\infty, a-۱]$

$a-۱\le ۲ \Rightarrow a\le ۳$

$a>۰$

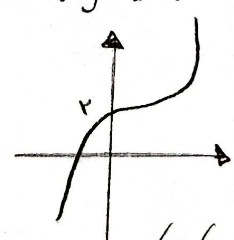
$\cap \rightarrow ۰<a\le ۳$

۴ (۲)

الف) $y=x^۳+۲ \xrightarrow{\text{معکوس}} x=y^۳+۲$

$y^۳=x-۲$

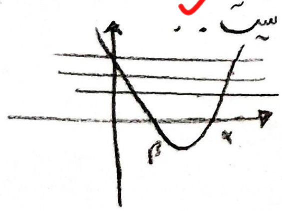
$y=\sqrt[۳]{x-۲}$



یک به یک هست ✓

ب) $y=x^۲-۴x+۲$

* چون تابع یک سهمی است و دامنه خاصی برای آن تعریف نشده عبارت یک به یک نیست.



۵ (۲)

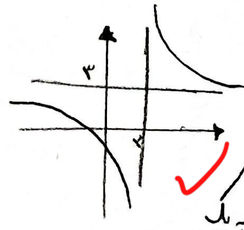
$y=\dfrac{۳x+۱}{x-۲} \xrightarrow{\text{معکوس}} x=\dfrac{۳y+۱}{y-۲}$

$xy-۲x=۳y+۱$

$xy-۳y=۱+۲x$

$y(x-۳)=۱+۲x$

$y=\dfrac{۱+۲x}{x-۳}$



یک به یک

ب) $y=\dfrac{^{a}۲x+۴^{b}}{_{c}۱x+۲_{d}}$

$ad=bc \Rightarrow$ تابع ثابت است $\Rightarrow$ یک به یک نیست

۶ (۲)

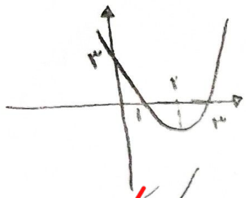
الف) $y=\sqrt{x-3} \xrightarrow{\text{معکوس}} (x=\sqrt{y-3})$

$x^2=y-3$

$\boxed{y=x^2+3}$

تابع یک به یک است

ب) $y=x^2-4x+3\ ,\ x\in[2,+\infty)$ معکوس



$x=y^2-4y+3$

$x=(y-2)^2-1$

$\pm\sqrt{x+1}=y-2$

$\boxed{y=2+\sqrt{x+1}}$

یک به یک است

چون برد باید $[2,+\infty)$ باشد

۷ (۲)

$f(x)=x+\sqrt{x} \xrightarrow{\text{معکوس}} x=y+\sqrt{y} \Rightarrow \underbrace{y}_{t^2}+\underbrace{\sqrt{y}}_{t}-x=0 \Rightarrow t^2+t-x=0$

$\sqrt{y}=t=\dfrac{-1\pm\sqrt{1+4x}}{2}$

چون t باید بزرگتر از صفر باشد جواب منفی را حذف می‌کنیم

$y=\left(\dfrac{-1+\sqrt{1+4x}}{2}\right)^2=\dfrac{1+1+4x-2\sqrt{1+4x}}{4}$

$a=1$, b

$f^{-1}(x)=x+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{1+4x}=\sqrt{\frac{1}{4}+x}$

$c=-\frac{1}{4}$

$a+2b+4c=1+2(\frac{1}{2})+4(-\frac{1}{4})$

$\boxed{1}$

۸ (۲)

$\dfrac{x_1^2}{x_1^2-2}=\dfrac{x_2^2}{x_2^2-2} \Rightarrow \cancel{x_1^2x_2^2}-2x_1^2=\cancel{x_2^2x_1^2}-2x_2^2 \Rightarrow x_1=\pm x_2$

یک می‌تواند دو x مختلف العلامت داشته باشد

تابع یک به یک است

$f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2-2}} \Rightarrow f^{-1}(x)=\left(x=\dfrac{y}{\sqrt{y^2-2}}\right)^2=x^2=\dfrac{y^2}{y^2-2} \Rightarrow x^2y^2-2x^2=y^2$

$x^2y^2-y^2=2x^2 \Rightarrow y^2(x^2-1)=2x^2 \Rightarrow y^2=\dfrac{2x^2}{x^2-1} \Rightarrow \boxed{y=\pm\dfrac{\sqrt{2}\,x}{\sqrt{x^2-1}}}$

x و y هم علامت

۹ (۲)

$f(-\frac{2}{5})=x$

$f^{-1}(x)=-\frac{2}{5}$

$g^{-1}(-\frac{2}{5})=z$

$g(z)=-\frac{2}{5} \Rightarrow \sqrt{z}-1=-\frac{2}{5} \Rightarrow \sqrt{z}=\frac{3}{5} \Rightarrow \boxed{z=\frac{9}{25}}$

$\dfrac{x}{1+|x|}=-\dfrac{2}{5} \Rightarrow 5x=-2-2|x|$

$x>0 \Rightarrow x=-\frac{2}{7}$ غ ق ق

$x<0 \Rightarrow x=-\frac{2}{3}$

$x+z=-\frac{2}{3}+\frac{9}{25}$

$\boxed{\dfrac{-50+27}{75}=-\dfrac{23}{75}}$

۱۰ (۲)

$g^{-1}(12)=x$

$g(x)=12$

$\cancel{g(x)}=f(x)+\sqrt{f(x)} \Rightarrow f(x)=9$

$t^2+t-12=0 \Rightarrow t=-4$ یا 3

غ ق ق

$f^{-1}(x)=\sqrt[3]{x-1}$

$f(x)=9$

$f^{-1}(9)=x$

$f^{-1}(9)=2=x$

$\boxed{g^{-1}(12)=2}$