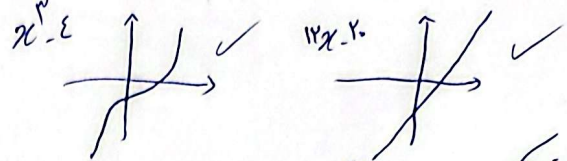


نام و نام خانوادگی: پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۱۱ کلاس: بازدهی: B

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - 4 & ; x > a \\ 12x - 2 & ; x \leq a \end{cases}$$

۱- هر تابع در بازه خود یک به یک باشد
۲- امتزاج بردها تهی باشد



$$\begin{aligned} x^3 - 4 &\geq 12x - 2 \\ \Rightarrow x^3 - 12x + 14 &\geq 0 \Rightarrow x^3 - 4x - 8x + 14 > 0 \Rightarrow x(x^2 - 4) - 8(x - 2) > 0 \\ \Rightarrow (x - 2)(x^2 - 2x - 8) &\geq 0 \Rightarrow (x - 2)^2(x + 4) \geq 0 \end{aligned}$$

$$a = [-4, +\infty)$$

$$\begin{aligned} f^{-1}(4) = 2 &\Rightarrow f(2) = 4 \\ f(x) = 3x + K &\Rightarrow f(2) = 12 + K \end{aligned} \Rightarrow K = -10$$

$$f(x) = 3x - 10$$

الف) $f(7) = 3 \times 7 + (-10) = 21 - 10 = 11$
ب) $f(f(x)) = f(3x - 10) = 3 \times (3x - 10) - 10 = 9x - 30 - 10 = 9x - 40$

$$f(a) = \frac{a^2}{a-1} = 2a \Rightarrow a^2 = 2a^2 - 2a \Rightarrow a^2 - 2a = 0 \Rightarrow a(a-2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=0 \rightarrow f(a)=0 \\ a=2 \rightarrow f(a)=0 \end{cases}$$

الف) $f \circ f^{-1} = \{(5, 5), (7, 7), (2, 2), (9, 9)\}$
ب) $f^{-1} \circ f = \{(3, 3), (4, 4), (7, 7), (9, 9)\}$

$$\begin{aligned} 5 &\rightarrow 3 \rightarrow 5 \\ 7 &\rightarrow 4 \rightarrow 7 \\ 2 &\rightarrow 7 \rightarrow 2 \\ 9 &\rightarrow 9 \rightarrow 9 \end{aligned}$$

$$f \circ g^{-1} = \{(2, 5), (5, 9)\}$$

$$\begin{aligned} 2 &\rightarrow 3 \rightarrow 5 \\ 5 &\rightarrow 8 \rightarrow 9 \\ 9 &\rightarrow 9 \rightarrow 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3 &\rightarrow 5 \rightarrow 3 \\ 4 &\rightarrow 7 \rightarrow 4 \\ 7 &\rightarrow 2 \rightarrow 7 \\ 9 &\rightarrow 9 \rightarrow 9 \end{aligned}$$

$$g^{-1} \circ f = \{(3, 9), (7, 3), (9, 1)\}$$

$$\begin{aligned} 3 &\rightarrow 5 \rightarrow 9 \\ 7 &\rightarrow 2 \rightarrow 3 \\ 9 &\rightarrow 9 \rightarrow 1 \end{aligned}$$

$$f \circ g^{-1} = \{(1, 4), (3, 8), (5, 0)\}$$

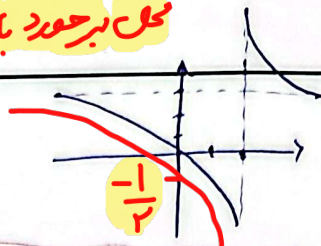
$$\begin{aligned} 1 &\rightarrow 2 \rightarrow 4 \\ 3 &\rightarrow 4 \rightarrow 8 \\ 5 &\rightarrow 4 \rightarrow 0 \end{aligned}$$

$$\frac{h}{f \circ g^{-1}} = \{(1, \frac{4}{5}), (3, \frac{8}{5}), (5, \frac{0}{5})\}$$

$$\frac{h}{f \circ g^{-1}} = \{(1, \frac{1}{5}), (3, \frac{1}{5})\}$$

حل برحسب با محورهای مختصات

$$y = \frac{3x+1}{x-2} \rightarrow \begin{cases} \text{افقی } m = \frac{a}{c} = 3 \\ \text{عمودی } n = \frac{b}{d} = 2 \end{cases}$$

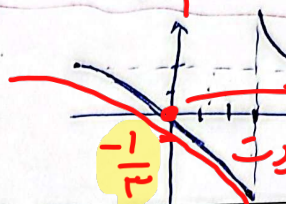


یک به یک است

۱, ۷, ۵

$$f^{-1}(x) = \frac{3x+1}{x-3} \rightarrow \begin{cases} \text{افقی } m = \frac{a}{c} = 3 \\ \text{عمودی } n = \frac{b}{d} = 2 \end{cases}$$

$x=0 \rightarrow f^{-1}(x) = -\frac{1}{3}$



چرا از صفر
نه زردی تیره خودت

(۱-۳) روشی کردی!

$$f(x) = |x-1| - |x-3|$$

$x-1+x-3$	$x-1+x-3$	$x-1-x+3$
$= -2$	$= 2x-4$	$= 2$
نیت	نیت	یک به یک نیست

$$f^{-1}(x) = \frac{x+2}{2} = \frac{1}{2}x + 1$$

$-2 \leq x \leq 2$

$[a, b]$

$[1, 3]$

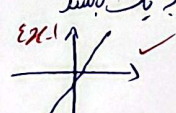
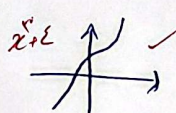
$R_f = D_{f^{-1}} = [-2, 2]$

$x=1 \Rightarrow f(x) = -2$

$x=3 \Rightarrow f(x) = 2$

$a=1, b=3$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & ; x \geq 1 \\ 4x - 1 & ; x \leq 0 \end{cases}$$



$R_{y_1} = [\omega, +\infty)$

$R_{y_2} = (-\infty, -1]$

$\Rightarrow R_{y_1} \cap R_{y_2} = \emptyset$

۲- اشتراک برد نمی باشد
یک به یک است

$$f^{-1}(x) = \begin{cases} \sqrt{x+4} & ; x \geq -4 \\ \frac{1}{4}x + \frac{1}{4} & ; x \leq -1 \end{cases}$$

$$f(x) = x^2 - \frac{x^2 + 3x^2 + 3x + 1}{x+3} = \frac{x^3 + 3x^2 - x^3 - 3x^2 - 3x - 1}{x+3} \Rightarrow f(x) = \frac{-3x-1}{x+3}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-3x-1}{x+3} = \frac{-4x-2}{2x+6} \Rightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = -2 \\ d = 6 \end{cases}$$

$x = -2 \Rightarrow f^{-1}(-2) = \frac{-4(-2)-2}{2(-2)+6} = \frac{8-2}{-4+6} = \frac{6}{2} = 3$

$$y = \frac{x}{x^2+1} \Rightarrow yx^2 + y = x \Rightarrow yx^2 - x + y = 0 \Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1-4y^2}}{2y}$$

$$\Rightarrow y = \frac{1 \pm \sqrt{1-4x^2}}{2x} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1 \pm \sqrt{1-4x^2}}{2x} \quad f(2) = \frac{2}{5} \Rightarrow f^{-1}\left(\frac{2}{5}\right) = 2$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1 + \sqrt{1-4x^2}}{2x} \quad |x| \leq \frac{1}{2} - \{0\}$$

همیشه وقتی معلوم تابع را بدست می آید باید دامنه اش را مشخص کنی!