

$$a^3 - \varepsilon \geq 12a - 20$$

$$a^3 - 12a + 14 \geq 0 \rightarrow a^3 - 12a \geq -14$$

$$a(a^2 - 12) \geq -14 \quad \text{حساب کرد } a = -\varepsilon$$

$$\Rightarrow a^3 - 12a + 14 = (a + \varepsilon)(\dots) \rightarrow = (a + \varepsilon)(a - 2)^2 \geq 0$$

$$\begin{aligned} & \frac{a^3 - 12a + 14}{-a^3 - \varepsilon a^2} = \frac{a + \varepsilon}{a^2 - \varepsilon a + \varepsilon} \quad \text{عبارتی درجه دوم} \\ & \frac{-\varepsilon a^2 - 12a + 14}{+ \varepsilon a^2 + 14a} \quad \text{تعیین علامت} \Rightarrow \frac{-\varepsilon}{-1 + 1} = \frac{-\varepsilon}{0} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow a = [-\varepsilon, +\infty)$$

$$f^{-1}(y) = x \rightarrow f(x) = y \rightarrow f(f) = 3(x) + k = y \rightarrow k = -10$$

$$\Rightarrow f(x) = 3x - 10$$

$$f(y) = 3(y) - 10 = 11$$

(الف)

$$f(f(x)) = f(3x - 10)$$

(ب)

$$= 3(3x - 10) - 10 = 9x - 30 - 10 = 9x - 40$$

اگر $A(a, a)$ روی تابع f_n باشد پس نقطه $(a, 2a)$ روی خود تابع است:

$$f(a) = 2a \rightarrow \frac{a(a)}{a-1} = 2a \rightarrow a^2 = 2a^2 - 2a \rightarrow a^2 = 2a \xrightarrow{a \neq 0} a = 2$$

اگر a مغز باشد f_n تابعی ثابت و غیریک به یک می شود که اگر واروش را بجاییم تابع نیست.

$$f = \{(3, 5), (2, 7), (7, 2), (9, 4)\} \quad g = \{(3, 2), (8, 4), (9, 5)\}$$

$$f^{-1} = \{(5, 3), (7, 2), (2, 7), (4, 9)\} \quad g^{-1} = \{(2, 3), (4, 8), (5, 9)\}$$

$$\text{الف) } f \circ f^{-1} = f(f^{-1}(x))$$

$$5 \xrightarrow{f^{-1}} 3 \xrightarrow{f} 5$$

$$7 \xrightarrow{f^{-1}} 2 \xrightarrow{f} 7$$

$$2 \xrightarrow{f^{-1}} 7 \xrightarrow{f} 2$$

$$4 \xrightarrow{f^{-1}} 9 \xrightarrow{f} 4$$

$$\text{ب) } f^{-1} \circ f = f^{-1}(f(x))$$

$$3 \xrightarrow{f} 5 \xrightarrow{f^{-1}} 3$$

$$2 \xrightarrow{f} 7 \xrightarrow{f^{-1}} 2$$

$$7 \xrightarrow{f} 2 \xrightarrow{f^{-1}} 7$$

$$9 \xrightarrow{f} 4 \xrightarrow{f^{-1}} 9$$

$$\text{ج) } f \circ g^{-1} = f(g^{-1}(x))$$

$$2 \xrightarrow{g^{-1}} 3 \xrightarrow{f} 5$$

$$8 \xrightarrow{g^{-1}} 4 \xrightarrow{f} 2$$

$$9 \xrightarrow{g^{-1}} 5 \xrightarrow{f} 4$$

$$f \circ g^{-1} = \{(2, 5), (8, 2), (9, 4)\}$$

$$\text{د) } g \circ f^{-1} = g(f^{-1}(x))$$

$$3 \xrightarrow{f^{-1}} 5 \xrightarrow{g} 2$$

$$2 \xrightarrow{f^{-1}} 7 \xrightarrow{g} 4$$

$$7 \xrightarrow{f^{-1}} 2 \xrightarrow{g} 5$$

$$9 \xrightarrow{f^{-1}} 4 \xrightarrow{g} 8$$

$$g \circ f^{-1} = \{(3, 2), (2, 4), (7, 5), (9, 8)\}$$

$$f \circ g^{-1} = \{(2, 5), (8, 2), (9, 4)\} \quad \text{دامنه مشترک} \Rightarrow D_{f \circ g^{-1}} \cap D_h = \{2, 8, 9\}$$

$$1 \xrightarrow{g^{-1}} 2 \xrightarrow{f} 5$$

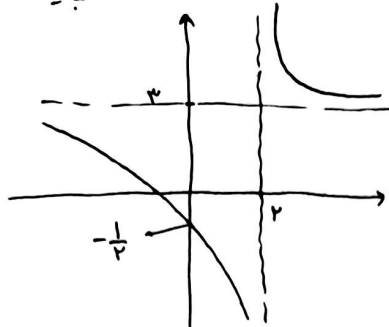
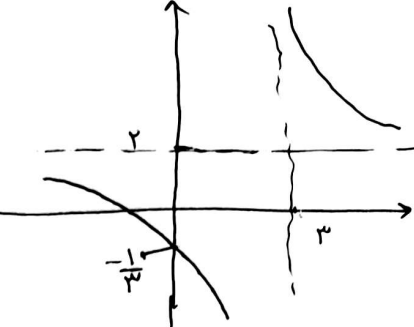
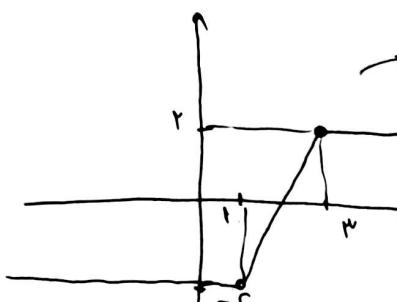
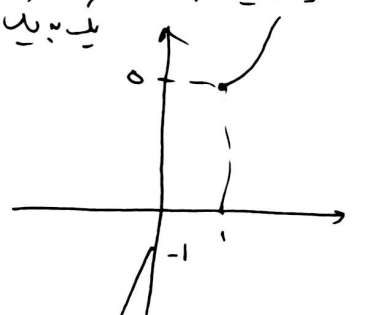
$$3 \xrightarrow{g^{-1}} 4 \xrightarrow{f} 8$$

$$5 \xrightarrow{g^{-1}} 9 \xrightarrow{f} 4$$

$$\frac{h}{f \circ g^{-1}} = \left\{ \left(1, \frac{2}{5} \right), \left(3, \frac{4}{8} \right), \left(5, \frac{1}{4} \right) \right\}$$

$$\frac{h}{f \circ g^{-1}} = \left\{ \left(1, \frac{1}{5} \right), \left(3, \frac{1}{8} \right) \right\}$$

5

بررسی وارون پذیری: وارون پذیر است 	صافیتی وارون تابع: $f(x) = \frac{2x+1}{x-3}$ $f^{-1}(x) = -\frac{2x-1}{x-3}$ $f^{-1}(x) = \frac{2x+1}{x-3}$	عکسوار وارون تابع: 
$f(x) = x-1 - x-3$ 	$[1, 3] = [a, b]$ در بازه $[1, 3]$ یک به یک است صافیتی $\rightarrow y = \frac{4}{3}x - \varepsilon$ عکس وارون پذیر $y = 2x - \varepsilon$ $y^{-1} = \frac{x+\varepsilon}{2} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+\varepsilon}{2}$ $x \in [1, 3]$	
بررسی یک به یک بودن: یک به یک است 	دامنه‌های آن همان برد تابع f است $y = x^2 + \varepsilon \rightarrow \sqrt{y - \varepsilon} = x \rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x - \varepsilon} \quad x \geq 5$ $y = \frac{x+1}{\varepsilon} \rightarrow \frac{y+1}{\varepsilon} = x \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+1}{\varepsilon} \quad x < -1$ $f^{-1}(x) = \begin{cases} \sqrt{x - \varepsilon} & x \geq 5 \\ \frac{x+1}{\varepsilon} & x < -1 \end{cases}$	
$f(x) = x^2 - \frac{(x+1)^2}{x+3} = \frac{x^2 + 3x^2 - (x^2 + 1 + 2x^2 + 3x)}{x+3} = \frac{-2x-1}{x+3} = f(x)$ $f^{-1}(x) = -\frac{2x+1}{x+3} = \frac{-2x-1}{x+3} = \frac{ax+b}{cx+d} \rightarrow a=-2, b=-1, c=1, d=3$ $f^{-1}(-2) = \frac{-2(-2)-1}{-2+3} = \frac{3}{1} = 3$	9	
$y = \frac{x}{x^2+1} \rightarrow x = \frac{y}{y^2+1} \rightarrow xy^2 + x - y = 0$ معادله درجه دوم بر حسب x به شرط اینکه م را عددی ثابت فرض کنیم $xy^2 - y + x = 0$ با روش Δ یا خارج کردن $y = \frac{1 \pm \sqrt{1 - \varepsilon x^2}}{2}$ $\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1 \pm \sqrt{1 - \varepsilon x^2}}{2}$	10	