نام و نام خانوادگی ...امیرمحمد مجتبائی... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۱۱... کلاس ...یازدهم ... B...

R_I , R_{II} ۲ به این نام همپوشانی ... $a^3-4 \geq 12a-20$

$f(x)=\begin{cases} x^3-4 \; ; \; x>a & \text{I} \\ 12x-20 \; , \; x\leq a & \text{II} \end{cases}$ هر تابع ... در فاصله باید یک به یک باشد: I) x^3-4 II) $12x-20$ ۲ نمی‌دانم ... هر دو فاصله نباید با هم همپوشانی ... در یک به یک باشد؛ یک به یک و صعودی؛ یک به یک و صعودی I: $x>a$ ، R_I : $x^3-4 \xrightarrow{x\to a} a^3-4$ چون تابع صعودی است x از a بزرگتر است $R_I=(a^3-4, +\infty)$ پس شروع I از a^3-4 است. II: $12x-20 \xrightarrow{x\to a} 12a-20$ $R_{II}=(-\infty, 12a-20]$ $a^3-12a+16\geq 0 \Rightarrow (a-2)^2(a+4)\geq 0$ این تابع باید صعودی باشد و به ازای تمام a مشترک نقطه آن برابر است با $12a-20$ $a\geq -4$ $a\in(-\infty,-4]$	۱
$f(x)=3x+k \qquad f^{-1}(2)=4 \rightarrow f(4)=2$ $\Rightarrow x=4 \rightarrow f(4)=3(4)+k=2 \rightarrow 12+k=2 \rightarrow k=-10 \rightarrow f(x)=3x-10$ الف) $f(7)=3(7)-10=11$ ب) $f(f(x))=f(3x-10)=3(3x-10)-10=9x-30-10=fof(x)=9x-40$	۲
$A(2a,a)\in f^{-1}(x) \rightarrow A(a,2a)\in f(x)=\frac{ax}{x-1}$ $\quad D_f=\mathbb{R}-\{1\}$, $R_{f^{-1}}=\mathbb{R}-\{1\}$ $x=a$: $f(a)=\frac{a^2}{a-1}=2a \Rightarrow a^2=2a^2-2a \Rightarrow a^2-2a=0 \rightarrow a(a-2)=0$ $a=0$ ✗ , $\boxed{a=2}$ $f(x)=\frac{ax}{x-1} \rightarrow y=\frac{ax}{x-1} \Rightarrow xy-y=ax \Rightarrow xy-ax=y$ $x(y-a)=y$ از آنجا که دامنه $f(x)$ ... نیست برد تابع f^{-1} نیز باید داشته باشد پس $a\neq 0$ باشد. $x=\frac{y}{y-a} \Rightarrow f^{-1}(x)=\frac{x}{x-a} \xrightarrow{a=0} f^{-1}(x)=\frac{x}{x}=1$	۳
$f\{(3,5),(4,7),(7,2),(9,6)\}$ $\quad f^{-1}\{(5,3),(7,4),(2,7),(6,9)\}$ $\quad g(x)=\{(3,2),(8,6),(9,5)\}$ $\quad g^{-1}\{(2,3),(6,8),(5,9)\}$ ترکیب هر تابع با معکوس خودش تابع همانی می‌شود $fof^{-1}(x)=x \rightarrow fof^{-1}(x)=\{(5,5),(7,7),(2,2),(6,6)\}$ $f^{-1}of(x)=x \rightarrow f^{-1}of(x)=\{(3,3),(4,4),(7,7),(9,9)\}$ برابری ندارد $fog^{-1}(x)=f(g^{-1}(x))=\{(2,5),(5,6)\} \longleftarrow D_{fog^{-1}}=\{2,5\}$ $g^{-1}(f(x))=\{(3,9),(7,3),(9,8)\} \longleftarrow D_{g^{-1}of}=\{3,7,9\}$	۴
$h=\{(1,2),(3,4),(4,1),(5,1)\}$, $g=\{(2,1),(4,3),(6,5)\}$, $f=\{(2,4),(4,8),(6,0)\}$ $g^{-1}=\{(1,2),(3,4),(5,6)\}$ $fog^{-1}=f(g^{-1}(x))=\{(1,4),(3,8),(5,0)\} \rightarrow D_{fog^{-1}}=\{1,3,5\}$, $D_h=\{1,3,4,5\}$ $D_{fog^{-1}}\cap D_h=\{1,3\}$ $\frac{h}{fog^{-1}}=\{(1,\frac{2}{4}),(3,\frac{4}{8})\}=\frac{h}{fog^{-1}}=\{(1,\frac{1}{2}),(3,\frac{1}{2})\}$	۵

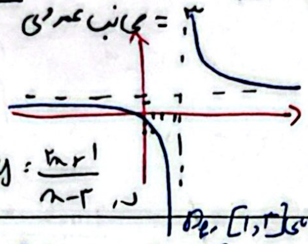
$y=\frac{3x+1}{x-2}$ ، رسم شکل
تابع هموگرافیک
مجانب افقی = ۳
مجانب عمودی = ۲
$x=1 \to y=-4$

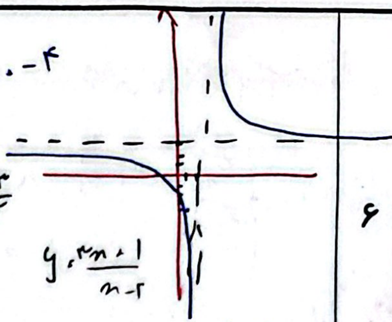
!
تابع هموگرافیک
مجانب افقی = ۲
نمی‌باشد
$y=\frac{2x+1}{x-3}$
مجانب عمودی = ۳
$x=1 \;,\; y=-\frac{3}{2}$

$x=\frac{3y+1}{y-2}$

$xy-2x=3y+1$

$xy-3y=2x+1 \;,\; y(x-3)=1+2x$ $\;\; y^{-1}=\frac{1+2x}{x-3}$ $\;\; y=\frac{2x+1}{x-3}$





$y=\frac{3x+1}{x-2}$

یک به یک بوده و وارون‌پذیر است.

در بازه‌ی $D_f=[1,3]$ | 6

$f(x)=|x-1|-|x-3|$

$x=1$
$x=3$

	1		3	
$-x+1+x-3$		$x-1+x-3$		$x-1-x+3$
-2		$2x-4$		2

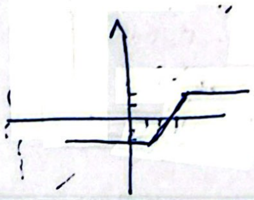
$\to f(x)=\begin{cases} 2 & x>3 \\ 2x-4 & 1\leq x\leq 3 \\ -2 & 1<x \end{cases}$

$[a,b] \to$ حداکثر مقدار ممکن $\to [1,3]$ $\;\; a=1 \;,\; b=3$

در بازه‌ی $[1,3]$ یک به یک است.

$f(x)=2x-4 \;\to\; y=2x-4 \to x=2y-4$

$\Rightarrow \frac{x+4}{2}=2y \;\; \frac{x+4}{2}=y \Rightarrow \boxed{f^{-1}(x)=\frac{x+4}{2} \;\; R_{f^{-1}}=[1,3] \;\; D_{f^{-1}}=[-2,2]}$

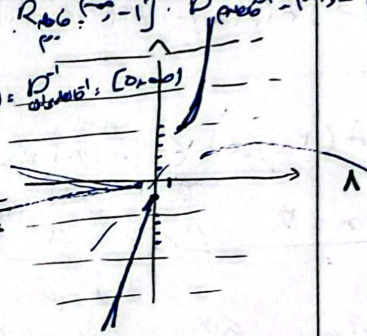


7

$f(x)=\begin{cases} x^2+4 & x\geq 1 \\ 4x-1 & x\leq 0 \end{cases}$ $\to$ رسم شکل ← تمامی شرایط وارون‌پذیری

$R_f=D_{f^{-1}}$ $\;\; R_{\text{ضابطه اول}}=[5,+\infty)$ ، $D^{-1}_{\text{ضابطه اول}}=[5,+\infty)$

$R_{\text{ضابطه دوم}}=(-\infty,-1]$. $D_{\text{ضابطه دوم}}^{-1}=(-\infty,-1]$



تابع وارون‌پذیر است (یک به یک است)

$\to R_{x^2+4}=[5,+\infty) \to y=x^2+4 \;\; x^2=y-4 \;\; x=\sqrt{x-4} \to y=\sqrt{x-4}$
$\;\; \to D_{x^{-1}}=[5,+\infty)$

$\to R_{4x-1}=(-\infty,-1] \to y=4x-1 \;\; 4x=y+1 \;\; x=\frac{y+1}{4} \to y=\frac{x+1}{4}$
$\;\; \to D_{4x-1^{-1}}=(-\infty,-1]$

$f^{-1}(x)=$ $\boxed{f^{-1}(x)=\begin{cases} \sqrt{x-4} & x\geq 5 \\ \frac{x+1}{4} & x\leq -1 \end{cases}}$ | 8

$f(x)=x^2-\frac{(x+1)^3}{x+3} \to f(x)=\frac{x^2(x+3)-(x+1)^3}{x+3}=\frac{x^3+3x^2-(x^3+3x^2+3x+1)}{x+3}$

$\frac{\cancel{x^3}+\cancel{3x^2}-\cancel{x^3}-\cancel{3x^2}-3x-1}{x+3}=\frac{-3x-1}{x+3}=-\frac{3x+1}{x+3}$ $\;\; b<0$ $\;\; -\frac{-6x-2}{2x+6}=\frac{ax+b}{2x+c}$

$a=-6 \quad c=6$
$b=-2$ ✓

$f(x)=-\frac{3x+1}{x+3} \Rightarrow f^{-1}(x) \to y=-\frac{3x+1}{x+3} \Rightarrow yx+3y=-3x+1$

$yx+3x=-3y+1$

$\boxed{b=-2 \to f^{-1}(-2)=\frac{-3(-2)-1}{-2+3}=\frac{5}{1}}$ $\;\; x(y+3)=-3y+1 \to y^{-1}=\frac{(-3x-1)\times 2}{(x+3)\times 2}=\frac{-6x-2}{2x+6}$ | 9

$f(x)=\frac{x}{x^2+1}$ ، در همه‌ی x ها یعنی در $\mathbb{R}$ یک به یک نیست. $f(x)$ در $x\in[-1,1]$ یک به یک است.

$y=\frac{x}{x^2+1} \to x=\frac{y}{y^2+1}$ $\qquad \sqrt{1-4x^2}\geq 0 \;\; 1-4x^2\geq 0$

$1\geq 4x^2$

$xy^2+x=y$ $\qquad \frac{1}{4}\geq x^2 \to -\frac{1}{2}\leq x\leq \frac{1}{2}$

$xy^2-y+x=0 \to y^{-1}=\frac{1\pm\sqrt{1-4x^2}}{2x}$ $\qquad D_{f^{-1}}=[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}]-\{0\}$ | 10

$a=x \quad b=-1 \quad c=c$