گروه B　　　　**۱۹,۲۵**　　　　پرهام منصوری

۱- محدوده a را به گونه‌ای تعیین کنید

$$f(x)=\begin{cases} x^3-4 & ; x>a \\ 12x-20 & ; x\leq a \end{cases}$$

$(a^3-4 \quad +\infty)$

$(-\infty \quad 12a-20]$

$a^3-4 \geq 12a-20$

$a^3-12a+16 \geq 0$

2	1	0	-12	16
	1	2	-8	0

$(a-2)(a^2+2a-8) = (a-2)^2(a+4)$

$(a-2)(a+4)$

	-4		2	
-		+		+

$a = [-4 \quad +\infty)$ ✓

(۲)

$f(x) = 3x+k$

$f^{-1}(2) = 4$

$3\times 4 + k = 2$

$K = -10$ ✓

$f(x) = 3x-10$

$f(7) = 3\times 7 - 10 = 11$ ✓

$f(f(x)) = 3(3x-10)-10$

$9x-30-10 = 9x-40$ ✓

(۲)

$A(2a, a)$

$f(x) = \frac{ax}{x-1} \Rightarrow f(a) = 2a$

$\frac{a^2}{a-1} = 2a$

$a^2 = 2a^2 - 2a$

$0 = a^2 - 2a$

$a(a-2)$

غ ق ق ⇐ ۰ ، (۲) تابع ثابت ... یک به یک

$a = 2$ ✓

(۲)

$g = \{(3,2),(8,6),(9,5)\}$　　$f = \{(3,5),(4,7),(7,2),(9,6)\}$

$g^{-1} = \{(2,3),(6,8),(5,9)\}$　　$f^{-1} = \{(5,3),(7,4),(2,7),(6,9)\}$

$fof^{-1}: \{(5,5),(7,7),(2,2),(6,6)\}$ ✓　　$fog^{-1}: \{(2,5),(5,6)\}$ ✓

$f^{-1}of: \{(3,3),(4,4),(7,7),(9,9)\}$ ✓　　$g^{-1}of: \{(3,9),(7,3),(9,8)\}$ ✓

(۲)

$h: \{(1,2),(3,4),(4,1),(5,1)\}$ ، $g = \{(2,1),(4,3),(6,5)\}$ ، $f = \{(2,4),(4,8),(6,0)\}$

$g^{-1} = \{(1,2),(3,4),(5,6)\}$

(۲)

$\frac{h}{fog^{-1}} = \{(1,\frac{1}{2}),(3,\frac{1}{2})\}$ ✓

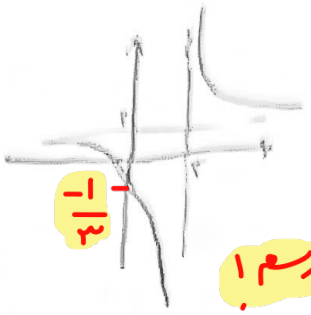
$fog^{-1} = \{(1,4),(3,8),(5,0)\}$

۸- ۱٫۷۵

$y = \frac{2x+1}{x-2}$

$x = \frac{2y+1}{y-2}$

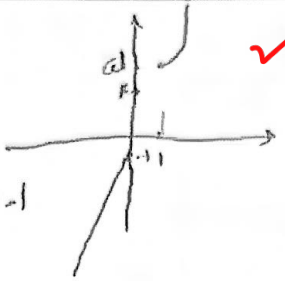
$y = -\frac{-2x-1}{x-2} \Rightarrow y = \frac{2x+1}{x-2}$



محل برخورد با محورها خیلی مهمه تو رسم!

۹- ۲

$$f(x) = \begin{cases} x^2+2 & ; x \geq 1 \\ 2x-1 & ; x < 1 \end{cases}$$



$x = y^2+2$

$x-2 = y^2$

$\sqrt{x-2} = y \quad ; x \geq 3$

$2x-1 = y \quad ; x < 1$

$2x+1 = y$

$y = \frac{x+1}{2}$

$$f^{-1}(x) = \begin{cases} \sqrt{x-2} & ; x \geq 3 \\ \frac{x+1}{2} & ; x < -1 \end{cases}$$

۱۰- ۱٫۷۵

$f(x) = |x-1| - |x-3|$

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$x-1$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-3$		$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	-2		$2x-4$		2		$-2x+6$

$[a,b] = [1,3]$

$f(x) = 2x - 4$

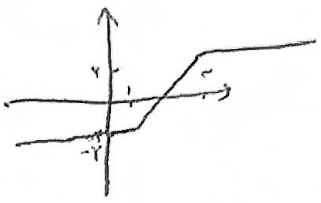
$y = 2x-4$

$x+4 = 2y \quad y = \frac{x+4}{2}$

$f^{-1}(x) = \frac{x+4}{2}$

$-2 \leq m \leq 2$

همیشه وقتی ضابطه تابع را بدست میدی باید دامنه اش را مشخص کنی!



۱۱- ۲

$$f(x) = x^3 - \frac{(x+1)^3}{x+2}$$

$$\frac{x^3+2x^2-x^2-2x-x-2-3}{x+2} = \frac{-3x-3}{x+2} \Rightarrow f(x)^{-1} = x = \frac{-3y-1}{y+2} \Rightarrow y = -\frac{3x+1}{x+3}$$

$y = \frac{-2x-1}{x+2} \leftarrow \left(y = \frac{-6x-2}{2x+6}\right)$

$f^{-1}(-2) = \frac{-2(-2)-6}{2(-2)+6} = \frac{-2+6}{-4+6} = \frac{4}{2} = 2$

$a = -6$

$b = -2$

$d = 4$

۱۲- ۱٫۷۵

$f(x) = \frac{x}{x^2+1}$

$f^{-1}(x) = \frac{y}{y^2+1}$

$xy^2 + x - y = 0$

$xy^2 - y + x = 0$

$y = \frac{1 \pm \sqrt{1-4x^2}}{2x}$

$1-4x^2 \geq 0$

$|x| \leq \frac{1}{2} - \{0\}$