بنیامین نوروزی - تکلیف ۱۱ - یازدهم پسر B

**۱)**

$R_{x^3-4}=(a^3-4,+\infty)$

$R_{12x-20}=(-\infty,12a-20]$

$12a-20\le a^3-4 \to a^3-12a+16\ge 0$

$\xrightarrow{2} 8-24+16=0$

$a^3-12a+16 \div (a-2) = a^2+2a-8 \to (a+4)(a-2)$

$-a^3\pm 2a^2$, $2a^2-12a$, $-2a^2\pm 4a$, $-8a+16$, $-8a+16$, $0$

$\Rightarrow (a-2)(a+4)(a-2)\ge 0$

| | $-4$ | | $2$ | |
|---|---|---|---|---|
| $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ |

$a=[-4,+\infty)$

**۲)**

$f(4)=2=\overset{12}{\cancel{3\times 4}}+K \Rightarrow \boxed{K=-10} \to f(x)=3x-10$

الف) $f(7)=21-10=11$

ب) $f(f(x))=3(3x-10)-10=\boxed{9x-40}$

**۳)**

$y(x-1)=ax \Rightarrow yx-ax=y \to x(y-a)=y \Rightarrow x=\frac{y}{y-a} \leadsto y=\frac{x}{x-a}=f^{-1}(x)$

$\to a=\frac{2a}{2a-a} \Rightarrow \boxed{a=2}$

**۴)**

$g^{-1}(x)=\{(2,3),(6,8),(5,9)\}$ / $f^{-1}(x)=\{(5,3),(7,4),(2,7),(6,9)\}$ / $f^{-1}of$: $3\to5\to3$, $4\to7\to4$, $7\to2\to7$, $9\to6\to9$ $=\{(3,3),(4,4),(7,7),(9,9)\}$

$fof^{-1}=\{(5,5),(7,7),(2,2),(6,6)\}$ / $g^{-1}of$: $3\to5\to9$, $4\to7\to\times$, $7\to2\to3$, $9\to6\to8$ $=\{(3,9),(7,3),(9,8)\}$ / $fog^{-1}$: $2\to3\to5$, $6\to8\to\times$, $5\to9\to6$ $=\{(2,5),(5,6)\}$

**۵)**

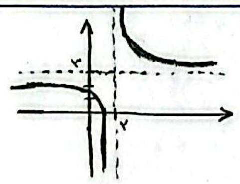
$fog^{-1}$: $1\to2\to4$, $3\to4\to8$, $5\to6\to0$ $=\{(1,4),(3,8),(5,0)\}$

$\frac{h}{fog^{-1}}=\{(1,\frac{2}{4}),(3,\frac{4}{8}),\cancel{(5,\frac{1}{0})}\}=\{(1,\frac{1}{2}),(3,\frac{1}{2})\}$

**۶)**

$y=\frac{3x+1}{x-2}$ مجانب قائم $=2$ ، مجانب افقی $=\frac{3}{1}$

$\xrightarrow{x=0} \frac{-1}{2}=y$



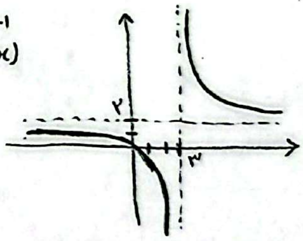
یک به یک است پس معکوس پذیر است .

$\xrightarrow[\text{بدل زدن}]{\text{معکوس}} x=\frac{2y+1}{y-3} \Rightarrow y=\frac{2x+1}{x-3}=f^{-1}(x)$

مجانب قائم $=3$

مجانب افقی $=2$

$x=0 \to y=\frac{-1}{3}$



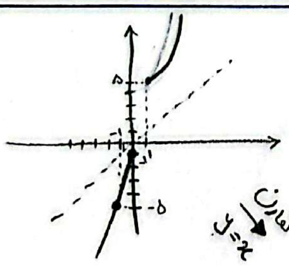
**۷)**

$\begin{cases} 2 & ; x>3 \quad \text{غ ق ق} \\ 2x-4 & ; 1\le x\le 3 \\ -2 & ; x<1 \quad \text{غ ق ق} \end{cases}$

$\Rightarrow y=2x-4 \to \frac{y+4}{2}=x \to f^{-1}(x)=\frac{x+4}{2}$ ، $[-2,2]=D_{f^{-1}(x)}$

$R_f=D_{f^{-1}} \leadsto 2(1)-4=-2$ ، $2(3)-4=2$

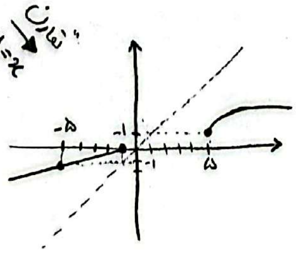
**۸)** یک به یک بودنش را با شکل بررسی می کنم:



$y=x^3+4 \to y=\sqrt[3]{x-4}$

$y=4x-1 \to y=\frac{x+1}{4}$

$f^{-1}(x)=\begin{cases} \sqrt[3]{x-4} & ; x\ge 5 \\ \frac{x+1}{4} & ; x\le -1 \end{cases}$



⑨

$$f(x)=\frac{x^2(x+3)-(x+1)^3}{x+3}=\frac{x^3+3x^2-x^3-3x^2-3x-1}{x+3}=\frac{-3x-1}{x+3}\xrightarrow{f^{-1}(x)} yx+3y=-3x-1\rightarrow x(y+3)=-3y-1$$

$$\Rightarrow y=\frac{-3x-1}{x+3}=f^{-1}(x)\rightarrow a=-6\ /\ b=-2\ /\ d=6\ /\rightarrow f^{-1}(-2)=\frac{12-2}{-4+6}=\frac{10}{2}=5$$

$$\hookrightarrow=\frac{-6x-2}{2x+6}$$

---

⑩

$$yx^2+y=x\rightarrow yx^2-x+y=0\Rightarrow xy^2-y+x=0\xrightarrow{\Delta}\underbrace{\frac{1\pm\sqrt{1-4x^2}}{2x}=f^{-1}(x)}$$

اگر صرفاً ضابطه بخواهیم این می‌شود

اما دارای $\pm$ است.

$\leftarrow$ هر چند تابع اولیه اصلاً یک‌به‌یک نیست.

$\rightarrow$ پس اصلاً وارون‌پذیر نیست!

$$f(x)=\frac{x}{x^2+1}$$

$$f(2)=\frac{2}{2^2+1}=\frac{2}{5}$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}+1}=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{5}{4}}=\frac{2}{5}$$

پ.ن : خداقوت