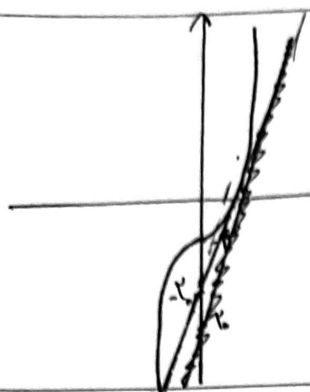


ابتدا نمودار تابع در رسم می کنیم



$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & x > 0 \\ 12x - 20 & x \leq 0 \end{cases} \Rightarrow x^2 - 4 \geq 12x - 20$$

$$\Rightarrow x^2 - 12x + 16 \geq 0 \Rightarrow (x-2)^2(x+4) \geq 0$$

$$x \geq -4 \Rightarrow x \in [-4, +\infty)$$

الف) $f(x) = 2x + k \Rightarrow f^{-1}(x) \Rightarrow x = \frac{y-k}{2} \Rightarrow \frac{x-k}{2} = y = f^{-1}(x)$

$f^{-1}(2) = 4 \Rightarrow \frac{2-k}{2} = 4 \Rightarrow k = -10 \Rightarrow f(x) = 2x - 10 \Rightarrow f(7) = 2 \times 7 - 10 = 4$

$f(f(x)) = f(2x - 10) = 2(2x - 10) - 10 = 4x - 30$

$f(x) = \frac{ax}{x-1} \Rightarrow$

$f(x) = 2x \Rightarrow f^{-1}(2x) = x$

$\Rightarrow f(x) = \frac{ax}{x-1} = 2x \Rightarrow x^2 = 2x^2 - 2x \Rightarrow x^2 - 2x = 0$

$x(x-2) = 0 \Rightarrow x = 0, 2$
 با تبدیل به چون بدی می شود
 چنانچه جوابی می شود $\Rightarrow x = 2$

$f \circ f^{-1} = \{(5, 5), (7, 7), (2, 2), (9, 9)\}$

$f^{-1} \circ f = \{(2, 2), (4, 4), (7, 7), (9, 9)\}$

$f \circ g^{-1} = \{(2, 5), (5, 9)\}$

$g^{-1} \circ f = \{(2, 9), (9, 8), (7, 2)\}$

$f \circ g^{-1} = \{(1, 4), (2, 8), (5, 0)\}$ $D_h = D_{f \circ g^{-1}} \Rightarrow h = \{(1, 2), (2, 4), (5, 0)\}$

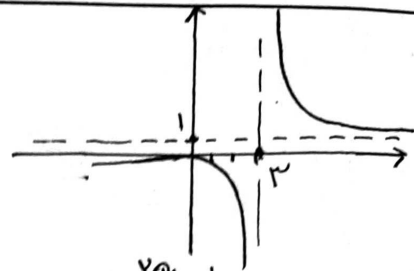
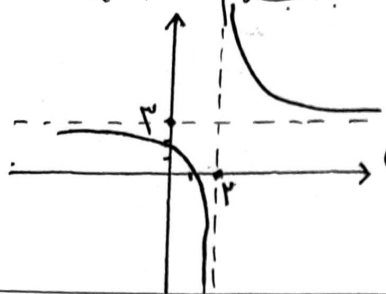
$\frac{h}{f \circ g^{-1}}(x) = \begin{cases} x=1 \Rightarrow (1, \frac{1}{2}) \\ x=2 \Rightarrow (2, \frac{1}{4}) \\ x=5 \Rightarrow \text{چون معجزه می شود} \\ \text{ی شرد تعریف نشده} \end{cases}$

$\Rightarrow \frac{h}{f \circ g^{-1}} = \{(1, \frac{1}{2}), (2, \frac{1}{4})\}$

هویت دانی

تابع یک به یک است
پس تابع معکوس
سازی است

$$y = \frac{2n+1}{n-2}$$

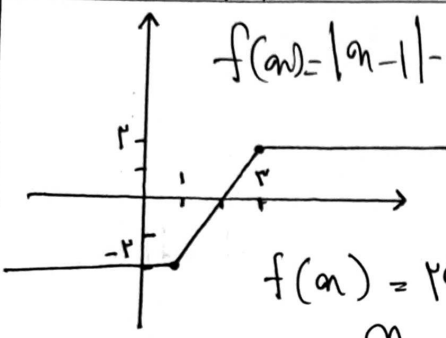


دارد سازگی $\Rightarrow n = \frac{2y+1}{y-2} \Rightarrow y = -\frac{2n-1}{n-2} = y = \frac{2n+1}{n-2}$

۶

$$f(n) = |n-1| - |n-2|$$

ابتدا نمودار تابع در رسم می کنیم به روشی آسان
در بازه $[1, 2]$ تابع یک به یک بود و وارون پذیر است.



$$D_f = R_{f^{-1}} = [1, 2]$$

$$R_f = D_{f^{-1}} = [-1, 1]$$

$$f(n) = 2n - 1 \quad 1 \leq n \leq 2 \Rightarrow n = 2y - 1 \Rightarrow \frac{n+1}{2} = y$$

$$y = \frac{n}{2} + 1 \quad 2 \leq n \leq 4$$

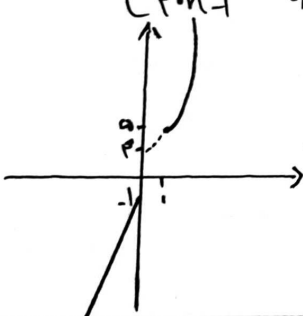
۷

$$f(n) = \begin{cases} n^2 + 4 & n > 1 \\ 4n - 1 & n \leq 1 \end{cases}$$

ابتدا نمودار تابع را رسم می کنیم تابع یک به یک است و وارون پذیر است

$$R_f = (-\infty, -1) \cup (5, +\infty) \rightarrow \text{برای } n^2 + 4$$

$$f^{-1}(n) = \begin{cases} \sqrt{n-4} & n > 5 \\ \frac{n+1}{4} & n \leq -1 \end{cases}$$



۸

$$f(n) = n^2 - \frac{(n+1)^2}{n+2} \Rightarrow \frac{n^2 + 2n^2 - (n^2 + 2n^2 + 2n + 1)}{n+2} = \frac{-2n-1}{n+2}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(n) \Rightarrow n = \frac{-2y-1}{y+2} \Rightarrow y = -\frac{2n+1}{n+2} \Rightarrow y = \frac{-2n-1}{2n+5} = f^{-1}(n)$$

$$\Rightarrow b = -2 \Rightarrow f^{-1}(-2) = \frac{-4 \times (-2) - 1}{2 \times (-2) + 5} = \frac{10}{1} = 5$$

$$y = \frac{n}{n^2+1} \Rightarrow n = \frac{y}{y^2+1} \Rightarrow ny^2 + n = y \Rightarrow ny^2 - y + n = 0$$

$$\Rightarrow y = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1 \pm \sqrt{1-4n^2}}{2n}$$

n, y باید در حالت باشند

$$y = \frac{1 + \sqrt{1-4n^2}}{2n}$$

۱۰۰