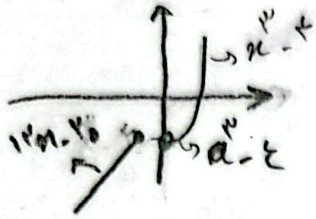


مورد ۵: a را به گونه ای تعیین کنید که تابع $f(x) = \begin{cases} x^3 - 4 & x > a \\ 12x - 20 & x \leq a \end{cases}$ یکپارچه باشد



$$12a - 20 \leq a^3 - 4 \Rightarrow a^3 - 12a + 16 \geq 0$$

۱

اگر $f(x) = 3x + k$ و $f^{-1}(7) = 4$ باشد، معادله خواسته شده را بنویسید و جواب آن را در $f(v)$ قرار دهید.

الف) $f(v)$

$$\Rightarrow f(4) = 3 \cdot 4 - 10$$

$$\xrightarrow{f(v)} 3(7) - 10 = 11$$

جواب

ب) $f(f(x))$

$$\Rightarrow 3(3x - 10) - 10 = 9x - 40$$

جواب

۲

نقطه $A(2a, a)$ روی دایره $x^2 + y^2 = 1$ قرار دارد. $f(x) = \frac{ax}{x-1}$ را بنویسید.

$$\frac{a(2a)}{2a-1} = 2a \Rightarrow \frac{a^2}{2a-1} = 2a \Rightarrow a^2 = 2a^2 - 2a \Rightarrow a^2 - 2a = 0 \Rightarrow a(a-2) = 0$$

$a = 0$ یا $a = 2$

۳

اگر توابع $f = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5)\}$ و $g = \{(2, 1), (3, 2), (4, 3), (5, 4)\}$ را داشته باشیم، معادله خواسته شده را بنویسید.

الف) $f \circ f^{-1}$

$$\xrightarrow{f \circ f^{-1}} \{(2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5)\}$$

ب) $f' \circ f$

$$\xrightarrow{f' \circ f} \{(2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 6)\}$$

ج) $f \circ g^{-1}$

$$\xrightarrow{f \circ g^{-1}} \{(2, 1), (3, 2), (4, 3), (5, 4)\}$$

د) $g' \circ f$

$$\xrightarrow{g' \circ f} \{(2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 6)\}$$

۴

اگر $f = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4)\}$ و $h = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4)\}$ را داشته باشیم، معادله خواسته شده را بنویسید.

الف) $f \circ h^{-1}$

$$\xrightarrow{f \circ h^{-1}} \{(2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$$

$$\frac{h}{f \circ g^{-1}} = \{(1, \frac{1}{2}), (2, \frac{1}{3}), (3, \frac{1}{4})\} \rightarrow \{(1, \frac{1}{2}), (2, \frac{1}{3})\}$$

جواب

۵

تابع $y = \frac{3x+1}{x-2}$ را در نظر بگیرید. معکوس این تابع را به شکل زیر می‌کشید. سپس ضابطه تابع معکوس را به دست آورید. $y = \frac{3x+1}{x-2}$

رابطه $y = \frac{3x+1}{x-2}$ را در نظر بگیرید. معکوس این تابع را به شکل زیر می‌کشید. سپس ضابطه تابع معکوس را به دست آورید.

$y = \frac{3x+1}{x-2} \Rightarrow x = \frac{3y+1}{y-2} \Rightarrow -\frac{3x+1}{x-2} = -y \Rightarrow \frac{3x+1}{x-2} = y$

تابع $f(x) = |x-1| - (x-4)$ در بازه $[a, b]$ وارون پذیر است. اگر طول این بازه حداکثر مقدار ممکن باشد، ضابطه تابع معکوس در این بازه را به دست آورید.

در بازه $[1, 3]$ وارون پذیر است.

$y = x+4 \Rightarrow x = y-4 \Rightarrow 1 \leq y-4 \leq 3 \Rightarrow 5 \leq y \leq 7$

جواب: $y = x+4$

طرح وارون پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} x^2+4 & x \geq 1 \\ 4x-1 & x < 1 \end{cases}$ را بررسی کنید و در صورت امکان ضابطه وارون تابع را به دست آورید.

جواب: $f^{-1}(x) = \begin{cases} \sqrt{x-4} & x \geq 5 \\ \frac{x+1}{4} & x < 5 \end{cases}$

ضابطه وارون تابع $f(x) = x^2 - \frac{(x+1)^3}{x+3}$ به صورت $f^{-1}(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ است. حاصل $f^{-1}(b)$ را به دست آورید.

جواب: $b = -1 \Rightarrow f^{-1}(-1) = \frac{3-1}{2} = 1$

معکوس تابع $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$ را به دست آورید. ضابطه تابع معکوس را به دست آورید.

جواب: $y = \frac{x}{x^2+1} \Rightarrow xy^2 + x = y \Rightarrow x(y^2+1) = y \Rightarrow x = \frac{y}{y^2+1}$