

۱- $f(x) = \begin{cases} x^3 - 4 & ; x > a \\ 12x - 20 & ; x \leq a \end{cases}$ $\xrightarrow{\text{محل های برخورد دو دایره}} x^3 - 4 = 12x - 20 \Rightarrow x^3 - 12x + 16 = 0 \Rightarrow x = -4, 2$

برای برقراری عبارت $a = [-4, +\infty)$

خط $x^3 - 4$ باید بالاتر از خط $12x - 20$ باشد.

رسم نمودار:

بررسی نقاط:

- $f(-5) = -125 - 4 = -129$
- $f(0) = -4$
- $f(3) = 27 - 4 = 23$
- $-5 \times 12 - 20 = -80$
- $0 \times 12 - 20 = -20$
- $3 \times 12 - 20 = 16$

نتیجه: $a = [-4, +\infty)$ ✓

۲- $f(x) = 3x + k$ $f^{-1}(2) = 4 \xrightarrow{*} \frac{2-k}{3} = 4 \Rightarrow 2-k = 12 \Rightarrow k = -10$ $\rightarrow f(x) = 3x - 10$

$f^{-1}(n) \Rightarrow y = 3x + k \Rightarrow n = 3y + k \Rightarrow 3y = n - k \Rightarrow y = \frac{n-k}{3} *$

الف) $f(7) = 3(7) - 10 = 21 - 10 = 11$ ✓

ب) $f(x) = 3x - 10 \Rightarrow f(f(x)) = f(3x - 10) = 3(3x - 10) - 10 = 9x - 30 - 10 = 9x - 40$

$\Rightarrow f(f(x)) = 9x - 40$ ✓

۳- $f(x) = \frac{ax}{x-1}$ $f(2a)^{-1} = a \Rightarrow \frac{2a}{2a-a} = a \Rightarrow \frac{2a}{a} = a \Rightarrow a = 2$ ✓

$\xrightarrow{f(x)} y = \frac{ax}{x-1} \xrightarrow{\text{تبدیل}} x = \frac{ay}{y-1} \Rightarrow xy - x = ay \Rightarrow xy - ay = x \Rightarrow y(x-a) = x$

$\Rightarrow f(x)^{-1} = \frac{x}{x-a}$

۴- $g = \{(3, 2), (1, 4), (9, 6)\} \rightarrow g^{-1} = \{(2, 3), (4, 1), (6, 9)\}$

$f = \{(3, 5), (4, 7), (7, 2), (9, 4)\} \rightarrow f^{-1} = \{(5, 3), (7, 4), (2, 7), (4, 9)\}$

الف) $f \circ f^{-1}$

ب) $f^{-1} \circ f$

ج) $f \circ g^{-1}$

د) $g^{-1} \circ f$

نتیجه: $f \circ f^{-1} = \{(5, 5), (7, 7), (2, 2), (4, 4)\}$ ✓

نتیجه: $f^{-1} \circ f = \{(3, 3), (4, 4), (7, 7), (9, 9)\}$ ✓

نتیجه: $f \circ g^{-1} = \{(2, 5), (4, 7)\}$ ✓

نتیجه: $g^{-1} \circ f = \{(3, 9), (7, 2), (4, 1)\}$ ✓

۵- $f = \{(2, 4), (4, 8), (6, 10)\}$ $g = \{(2, 1), (4, 3), (6, 5)\} \rightarrow g^{-1} = \{(1, 2), (3, 4), (5, 6)\}$

$h = \{(1, 2), (3, 4), (5, 6), (7, 8)\}$

$f \circ g^{-1} = \{(1, 4), (3, 8), (5, 10)\}$

۱) $1 \rightarrow 2 \rightarrow 4$

۳) $3 \rightarrow 4 \rightarrow 8$

۵) $5 \rightarrow 6 \rightarrow 10$ ✓

۶) $6 \rightarrow 7 \rightarrow 14$ ✓

۷) $7 \rightarrow 8 \rightarrow 16$ ✓

۸) $8 \rightarrow 9 \rightarrow 18$ ✓

۹) $9 \rightarrow 10 \rightarrow 20$ ✓

۱۰) $10 \rightarrow 11 \rightarrow 22$ ✓

۱۱) $11 \rightarrow 12 \rightarrow 24$ ✓

۱۲) $12 \rightarrow 13 \rightarrow 26$ ✓

۱۳) $13 \rightarrow 14 \rightarrow 28$ ✓

۱۴) $14 \rightarrow 15 \rightarrow 30$ ✓

۱۵) $15 \rightarrow 16 \rightarrow 32$ ✓

۱۶) $16 \rightarrow 17 \rightarrow 34$ ✓

۱۷) $17 \rightarrow 18 \rightarrow 36$ ✓

۱۸) $18 \rightarrow 19 \rightarrow 38$ ✓

۱۹) $19 \rightarrow 20 \rightarrow 40$ ✓

۲۰) $20 \rightarrow 21 \rightarrow 42$ ✓

۲۱) $21 \rightarrow 22 \rightarrow 44$ ✓

۲۲) $22 \rightarrow 23 \rightarrow 46$ ✓

۲۳) $23 \rightarrow 24 \rightarrow 48$ ✓

۲۴) $24 \rightarrow 25 \rightarrow 50$ ✓

۲۵) $25 \rightarrow 26 \rightarrow 52$ ✓

۲۶) $26 \rightarrow 27 \rightarrow 54$ ✓

۲۷) $27 \rightarrow 28 \rightarrow 56$ ✓

۲۸) $28 \rightarrow 29 \rightarrow 58$ ✓

۲۹) $29 \rightarrow 30 \rightarrow 60$ ✓

۳۰) $30 \rightarrow 31 \rightarrow 62$ ✓

۳۱) $31 \rightarrow 32 \rightarrow 64$ ✓

۳۲) $32 \rightarrow 33 \rightarrow 66$ ✓

۳۳) $33 \rightarrow 34 \rightarrow 68$ ✓

۳۴) $34 \rightarrow 35 \rightarrow 70$ ✓

۳۵) $35 \rightarrow 36 \rightarrow 72$ ✓

۳۶) $36 \rightarrow 37 \rightarrow 74$ ✓

۳۷) $37 \rightarrow 38 \rightarrow 76$ ✓

۳۸) $38 \rightarrow 39 \rightarrow 78$ ✓

۳۹) $39 \rightarrow 40 \rightarrow 80$ ✓

۴۰) $40 \rightarrow 41 \rightarrow 82$ ✓

۴۱) $41 \rightarrow 42 \rightarrow 84$ ✓

۴۲) $42 \rightarrow 43 \rightarrow 86$ ✓

۴۳) $43 \rightarrow 44 \rightarrow 88$ ✓

۴۴) $44 \rightarrow 45 \rightarrow 90$ ✓

۴۵) $45 \rightarrow 46 \rightarrow 92$ ✓

۴۶) $46 \rightarrow 47 \rightarrow 94$ ✓

۴۷) $47 \rightarrow 48 \rightarrow 96$ ✓

۴۸) $48 \rightarrow 49 \rightarrow 98$ ✓

۴۹) $49 \rightarrow 50 \rightarrow 100$ ✓

۵۰) $50 \rightarrow 51 \rightarrow 102$ ✓

۵۱) $51 \rightarrow 52 \rightarrow 104$ ✓

۵۲) $52 \rightarrow 53 \rightarrow 106$ ✓

۵۳) $53 \rightarrow 54 \rightarrow 108$ ✓

۵۴) $54 \rightarrow 55 \rightarrow 110$ ✓

۵۵) $55 \rightarrow 56 \rightarrow 112$ ✓

۵۶) $56 \rightarrow 57 \rightarrow 114$ ✓

۵۷) $57 \rightarrow 58 \rightarrow 116$ ✓

۵۸) $58 \rightarrow 59 \rightarrow 118$ ✓

۵۹) $59 \rightarrow 60 \rightarrow 120$ ✓

۶۰) $60 \rightarrow 61 \rightarrow 122$ ✓

۶۱) $61 \rightarrow 62 \rightarrow 124$ ✓

۶۲) $62 \rightarrow 63 \rightarrow 126$ ✓

۶۳) $63 \rightarrow 64 \rightarrow 128$ ✓

۶۴) $64 \rightarrow 65 \rightarrow 130$ ✓

۶۵) $65 \rightarrow 66 \rightarrow 132$ ✓

۶۶) $66 \rightarrow 67 \rightarrow 134$ ✓

۶۷) $67 \rightarrow 68 \rightarrow 136$ ✓

۶۸) $68 \rightarrow 69 \rightarrow 138$ ✓

۶۹) $69 \rightarrow 70 \rightarrow 140$ ✓

۷۰) $70 \rightarrow 71 \rightarrow 142$ ✓

۷۱) $71 \rightarrow 72 \rightarrow 144$ ✓

۷۲) $72 \rightarrow 73 \rightarrow 146$ ✓

۷۳) $73 \rightarrow 74 \rightarrow 148$ ✓

۷۴) $74 \rightarrow 75 \rightarrow 150$ ✓

۷۵) $75 \rightarrow 76 \rightarrow 152$ ✓

۷۶) $76 \rightarrow 77 \rightarrow 154$ ✓

۷۷) $77 \rightarrow 78 \rightarrow 156$ ✓

۷۸) $78 \rightarrow 79 \rightarrow 158$ ✓

۷۹) $79 \rightarrow 80 \rightarrow 160$ ✓

۸۰) $80 \rightarrow 81 \rightarrow 162$ ✓

۸۱) $81 \rightarrow 82 \rightarrow 164$ ✓

۸۲) $82 \rightarrow 83 \rightarrow 166$ ✓

۸۳) $83 \rightarrow 84 \rightarrow 168$ ✓

۸۴) $84 \rightarrow 85 \rightarrow 170$ ✓

۸۵) $85 \rightarrow 86 \rightarrow 172$ ✓

۸۶) $86 \rightarrow 87 \rightarrow 174$ ✓

۸۷) $87 \rightarrow 88 \rightarrow 176$ ✓

۸۸) $88 \rightarrow 89 \rightarrow 178$ ✓

۸۹) $89 \rightarrow 90 \rightarrow 180$ ✓

۹۰) $90 \rightarrow 91 \rightarrow 182$ ✓

۹۱) $91 \rightarrow 92 \rightarrow 184$ ✓

۹۲) $92 \rightarrow 93 \rightarrow 186$ ✓

۹۳) $93 \rightarrow 94 \rightarrow 188$ ✓

۹۴) $94 \rightarrow 95 \rightarrow 190$ ✓

۹۵) $95 \rightarrow 96 \rightarrow 192$ ✓

۹۶) $96 \rightarrow 97 \rightarrow 194$ ✓

۹۷) $97 \rightarrow 98 \rightarrow 196$ ✓

۹۸) $98 \rightarrow 99 \rightarrow 198$ ✓

۹۹) $99 \rightarrow 100 \rightarrow 200$ ✓

۱۰۰) $100 \rightarrow 101 \rightarrow 202$ ✓

۱۰۱) $101 \rightarrow 102 \rightarrow 204$ ✓

۱۰۲) $102 \rightarrow 103 \rightarrow 206$ ✓

۱۰۳) $103 \rightarrow 104 \rightarrow 208$ ✓

۱۰۴) $104 \rightarrow 105 \rightarrow 210$ ✓

۱۰۵) $105 \rightarrow 106 \rightarrow 212$ ✓

۱۰۶) $106 \rightarrow 107 \rightarrow 214$ ✓

۱۰۷) $107 \rightarrow 108 \rightarrow 216$ ✓

۱۰۸) $108 \rightarrow 109 \rightarrow 218$ ✓

۱۰۹) $109 \rightarrow 110 \rightarrow 220$ ✓

۱۱۰) $110 \rightarrow 111 \rightarrow 222$ ✓

۱۱۱) $111 \rightarrow 112 \rightarrow 224$ ✓

۱۱۲) $112 \rightarrow 113 \rightarrow 226$ ✓

۱۱۳) $113 \rightarrow 114 \rightarrow 228$ ✓

۱۱۴) $114 \rightarrow 115 \rightarrow 230$ ✓

۱۱۵) $115 \rightarrow 116 \rightarrow 232$ ✓

۱۱۶) $116 \rightarrow 117 \rightarrow 234$ ✓

۱۱۷) $117 \rightarrow 118 \rightarrow 236$ ✓

۱۱۸) $118 \rightarrow 119 \rightarrow 238$ ✓

۱۱۹) $119 \rightarrow 120 \rightarrow 240$ ✓

۱۲۰) $120 \rightarrow 121 \rightarrow 242$ ✓

۱۲۱) $121 \rightarrow 122 \rightarrow 244$ ✓

۱۲۲) $122 \rightarrow 123 \rightarrow 246$ ✓

۱۲۳) $123 \rightarrow 124 \rightarrow 248$ ✓

۱۲۴) $124 \rightarrow 125 \rightarrow 250$ ✓

۱۲۵) $125 \rightarrow 126 \rightarrow 252$ ✓

۱۲۶) $126 \rightarrow 127 \rightarrow 254$ ✓

۱۲۷) $127 \rightarrow 128 \rightarrow 256$ ✓

۱۲۸) $128 \rightarrow 129 \rightarrow 258$ ✓

۱۲۹) $129 \rightarrow 130 \rightarrow 260$ ✓

۱۳۰) $130 \rightarrow 131 \rightarrow 262$ ✓

۱۳۱) $131 \rightarrow 132 \rightarrow 264$ ✓

۱۳۲) $132 \rightarrow 133 \rightarrow 266$ ✓

۱۳۳) $133 \rightarrow 134 \rightarrow 268$ ✓

۱۳۴) $134 \rightarrow 135 \rightarrow 270$ ✓

۱۳۵) $135 \rightarrow 136 \rightarrow 272$ ✓

۱۳۶) $136 \rightarrow 137 \rightarrow 274$ ✓

۱۳۷) $137 \rightarrow 138 \rightarrow 276$ ✓

۱۳۸) $138 \rightarrow 139 \rightarrow 278$ ✓

۱۳۹) $139 \rightarrow 140 \rightarrow 280$ ✓

۱۴۰) $140 \rightarrow 141 \rightarrow 282$ ✓

۱۴۱) $141 \rightarrow 142 \rightarrow 284$ ✓

۱۴۲) $142 \rightarrow 143 \rightarrow 286$ ✓

۱۴۳) $143 \rightarrow 144 \rightarrow 288$ ✓

۱۴۴) $144 \rightarrow 145 \rightarrow 290$ ✓

۱۴۵) $145 \rightarrow 146 \rightarrow 292$ ✓

۱۴۶) $146 \rightarrow 147 \rightarrow 294$ ✓

۱۴۷) $147 \rightarrow 148 \rightarrow 296$ ✓

۱۴۸) $148 \rightarrow 149 \rightarrow 298$ ✓

۱۴۹) $149 \rightarrow 150 \rightarrow 300$ ✓

۱۵۰) $150 \rightarrow 151 \rightarrow 302$ ✓

۱۵۱) $151 \rightarrow 152 \rightarrow 304$ ✓

۱۵۲) $152 \rightarrow 153 \rightarrow 306$ ✓

۱۵۳) $153 \rightarrow 154 \rightarrow 308$ ✓

۱۵۴) $154 \rightarrow 155 \rightarrow 310$ ✓

۱۵۵) $155 \rightarrow 156 \rightarrow 312$ ✓

۱۵۶) $156 \rightarrow 157 \rightarrow 314$ ✓

۱۵۷) $157 \rightarrow 158 \rightarrow 316$ ✓

۱۵۸) $158 \rightarrow 159 \rightarrow 318$ ✓

۱۵۹) $159 \rightarrow 160 \rightarrow 320$ ✓

۱۶۰) $160 \rightarrow 161 \rightarrow 322$ ✓

۱۶۱) $161 \rightarrow 162 \rightarrow 324$ ✓

۱۶۲) $162 \rightarrow 163 \rightarrow 326$ ✓

۱۶۳) $163 \rightarrow 164 \rightarrow 328$ ✓

۱۶۴) $164 \rightarrow 165 \rightarrow 330$ ✓

۱۶۵) $165 \rightarrow 166 \rightarrow 332$ ✓

۱۶۶) $166 \rightarrow 167 \rightarrow 334$ ✓

۱۶۷) $167 \rightarrow 168 \rightarrow 336$ ✓

۱۶۸) $168 \rightarrow 169 \rightarrow 338$ ✓

۱۶۹) $169 \rightarrow 170 \rightarrow 340$ ✓

۱۷۰) $170 \rightarrow 171 \rightarrow 342$ ✓

۱۷۱) $171 \rightarrow 172 \rightarrow 344$ ✓

۱۷۲) $172 \rightarrow 173 \rightarrow 346$ ✓

۱۷۳) $173 \rightarrow 174 \rightarrow 348$ ✓

۱۷۴) $174 \rightarrow 175 \rightarrow 350$ ✓

۱۷۵) $175 \rightarrow 176 \rightarrow 352$ ✓

۱۷۶) $176 \rightarrow 177 \rightarrow 354$ ✓

۱۷۷) $177 \rightarrow 178 \rightarrow 356$ ✓

۱۷۸) $178 \rightarrow 179 \rightarrow 358$ ✓

۱۷۹) $179 \rightarrow 180 \rightarrow 360$ ✓

۱۸۰) $180 \rightarrow 181 \rightarrow 362$ ✓

۱۸۱) $181 \rightarrow 182 \rightarrow 364$ ✓

۱۸۲) $182 \rightarrow 183 \rightarrow 366$ ✓

۱۸۳) $183 \rightarrow 184 \rightarrow 368$ ✓

۱۸۴) $184 \rightarrow 185 \rightarrow 370$ ✓

۱۸۵) $185 \rightarrow 186 \rightarrow 372$ ✓

۱۸۶) $186 \rightarrow 187 \rightarrow 374$ ✓

۱۸۷) $187 \rightarrow 188 \rightarrow 376$ ✓

۱۸۸) $188 \rightarrow 189 \rightarrow 378$ ✓

۱۸۹) $189 \rightarrow 190 \rightarrow 380$ ✓

۱۹۰) $190 \rightarrow 191 \rightarrow 382$ ✓

۱۹۱) $191 \rightarrow 192 \rightarrow 384$ ✓

۱۹۲) $192 \rightarrow 193 \rightarrow 386$ ✓

۱۹۳) $193 \rightarrow 194 \rightarrow 388$ ✓

۱۹۴) $194 \rightarrow 195 \rightarrow 390$ ✓

۱۹۵) $195 \rightarrow 196 \rightarrow 392$ ✓

۱۹۶) $196 \rightarrow 197 \rightarrow 394$ ✓

۱۹۷) $197 \rightarrow 198 \rightarrow 396$ ✓

۱۹۸) $198 \rightarrow 199 \rightarrow 398$ ✓

۱۹۹) $199 \rightarrow 200 \rightarrow 400$ ✓

۲۰۰) $200 \rightarrow 201 \rightarrow 402$ ✓

۲۰۱) $201 \rightarrow 202 \rightarrow 404$ ✓

۲۰۲) $202 \rightarrow 203 \rightarrow 406$ ✓

۲۰۳) $203 \rightarrow 204 \rightarrow 408$ ✓

۲۰۴) $204 \rightarrow 205 \rightarrow 410$ ✓

۲۰۵) $205 \rightarrow 206 \rightarrow 412$ ✓

۲۰۶) $206 \rightarrow 207 \rightarrow 414$ ✓

۲۰۷) $207 \rightarrow 208 \rightarrow 416$ ✓

۲۰۸) $208 \rightarrow 209 \rightarrow 418$ ✓

۲۰۹) $209 \rightarrow 210 \rightarrow 420$ ✓

۲۱۰) $210 \rightarrow 211 \rightarrow 422$ ✓

۲۱۱) $211 \rightarrow 212 \rightarrow 424$ ✓

۲۱۲) $212 \rightarrow 213 \rightarrow 426$ ✓

۲۱۳) $213 \rightarrow 214 \rightarrow 428$ ✓

۲۱۴) $214 \rightarrow 215 \rightarrow 430$ ✓

۲۱۵) $215 \rightarrow 216 \rightarrow 432$ ✓

۲۱۶) $216 \rightarrow 217 \rightarrow 434$ ✓

۲۱۷) $217 \rightarrow 218 \rightarrow 436$ ✓

۲۱۸) $218 \rightarrow 219 \rightarrow 438$ ✓

۲۱۹) $219 \rightarrow 220 \rightarrow 440$ ✓

۲۲۰) $220 \rightarrow 221 \rightarrow 442$ ✓

۲۲۱) $221 \rightarrow 222 \rightarrow 444$ ✓

۲۲۲) $222 \rightarrow 223 \rightarrow 446$ ✓

۲۲۳) $223 \rightarrow 224 \rightarrow 448$ ✓

۲۲۴) $224 \rightarrow 225 \rightarrow 450$ ✓

۲۲۵) $225 \rightarrow 226 \rightarrow 452$ ✓

۲۲۶) $226 \rightarrow 227 \rightarrow 454$ ✓

۲۲۷) $227 \rightarrow 228 \rightarrow 456$ ✓

۲۲۸) $228 \rightarrow 229 \rightarrow 458$ ✓

۲۲۹) $229 \rightarrow 230 \rightarrow 460$ ✓

۲۳۰) $230 \rightarrow 231 \rightarrow 462$ ✓

۲۳۱) $231 \rightarrow 232 \rightarrow 464$ ✓

۲۳۲) $232 \rightarrow 233 \rightarrow 466$ ✓

۲۳۳) $233 \rightarrow 234 \rightarrow 468$ ✓

۲۳۴) $234 \rightarrow 235 \rightarrow 470$ ✓

۲۳۵) $235 \rightarrow 236 \rightarrow 472$ ✓

۲۳۶) $236 \rightarrow 237 \rightarrow 474$ ✓

۲۳۷) $237 \rightarrow 238 \rightarrow 476$ ✓

۲۳۸) $238 \rightarrow 239 \rightarrow 478$ ✓

۲۳۹) $239 \rightarrow 240 \rightarrow 480$ ✓

۲۴۰) $240 \rightarrow 241 \rightarrow 482$ ✓

۲۴۱) $241 \rightarrow 242 \rightarrow 484$ ✓

۲۴۲) $242 \rightarrow 243 \rightarrow 486$ ✓

۲۴۳) $243 \rightarrow 244 \rightarrow 488$ ✓

۲۴۴) $244 \rightarrow 245 \rightarrow 490$ ✓

۲۴۵) $245 \rightarrow 246 \rightarrow 492$ ✓

۲۴۶) $246 \rightarrow 247 \rightarrow 494$ ✓

۲۴۷) $247 \rightarrow 248 \rightarrow 496$ ✓

۲۴۸) $248 \rightarrow 249 \rightarrow 498$ ✓

۲۴۹) $249 \rightarrow 250 \rightarrow 500$ ✓

۲۵۰) $250 \rightarrow 251 \rightarrow 502$ ✓

۲۵۱) $251 \rightarrow 252 \rightarrow 504$ ✓

۲۵۲) $252 \rightarrow 253 \rightarrow 506$ ✓

۲۵۳) $253 \rightarrow 254 \rightarrow 508$ ✓

۲۵۴) $254 \rightarrow 255 \rightarrow 510$ ✓

۲۵۵) $255 \rightarrow 256 \rightarrow 512$ ✓

۲۵۶) $256 \rightarrow 257 \rightarrow 514$ ✓

۲۵۷) $257 \rightarrow 258 \rightarrow 516$ ✓

۲۵۸) $258 \rightarrow 259 \rightarrow 518$ ✓

۲۵۹) $259 \rightarrow 260 \rightarrow 520$ ✓

۲۶۰) $260 \rightarrow 261 \rightarrow 522$ ✓

۲۶۱) $261 \rightarrow 262 \rightarrow 524$ ✓

۲۶۲) $262 \rightarrow 263 \rightarrow 526$ ✓

۲۶۳) $263 \rightarrow 264 \rightarrow 528$ ✓

۲۶۴) $264 \rightarrow 265 \rightarrow 530$ ✓

۲۶۵) $265 \rightarrow 266 \rightarrow 532$ ✓

۲۶۶) $266 \rightarrow 267 \rightarrow 534$ ✓

۲۶۷) $267 \rightarrow 268 \rightarrow 536$ ✓

۲۶۸) $268 \rightarrow 269 \rightarrow 538$ ✓

۲۶۹) $269 \rightarrow 270 \rightarrow 540$ ✓

۲۷۰) $270 \rightarrow 271 \rightarrow 542$ ✓

۲۷۱) $271 \rightarrow 272 \rightarrow 544$ ✓

۲۷۲) $272 \rightarrow 273 \rightarrow 546$ ✓

۲۷۳) $273 \rightarrow 274 \rightarrow 548$ ✓

۲۷۴) $274 \rightarrow 275 \rightarrow 550$ ✓

۲۷۵) $275 \rightarrow 276 \rightarrow 552$ ✓

۲۷۶) $276 \rightarrow 277 \rightarrow 554$ ✓

۲۷۷) $277 \rightarrow 278 \rightarrow 556$ ✓

۲۷۸) $278 \rightarrow 279 \rightarrow 558$ ✓

۲۷۹) $279 \rightarrow 280 \rightarrow 560$ ✓

۲۸۰) $280 \rightarrow 281 \rightarrow 562$ ✓

۲۸۱) $281 \rightarrow 282 \rightarrow 564$ ✓

۲۸۲) $282 \rightarrow 283 \rightarrow 566$ ✓

۲۸۳) $283 \rightarrow 284 \rightarrow 568$ ✓

۲۸۴) $284 \rightarrow 285 \rightarrow 570$ ✓

۲۸۵) $285 \rightarrow 286 \rightarrow 572$ ✓

۲۸۶) $286 \rightarrow 287 \rightarrow 574$ ✓

۲۸۷) $287 \rightarrow 288 \rightarrow 576$ ✓

۲۸۸) $288 \rightarrow 289 \rightarrow 578$ ✓

۲۸۹) $289 \rightarrow 290 \rightarrow 580$ ✓

۲۹۰) $290 \rightarrow 291 \rightarrow 582$ ✓

۲۹۱) $291 \rightarrow 292 \rightarrow 584$ ✓

۲۹۲) $292 \rightarrow 293 \rightarrow 586$ ✓

۲۹۳) $293 \rightarrow 294 \rightarrow 588$ ✓

۲۹۴) $294 \rightarrow 295 \rightarrow 590$ ✓

۲۹۵) $295 \rightarrow 296 \rightarrow 592$ ✓

۲۹۶) $296 \rightarrow 297 \rightarrow 594$ ✓

۲۹۷) $297 \rightarrow 298 \rightarrow 596$ ✓

۲۹۸) $298 \rightarrow 299 \rightarrow 598$ ✓

۲۹۹) $299 \rightarrow 300 \rightarrow 600$ ✓

۳۰۰) $300 \rightarrow 301 \rightarrow 602$ ✓

۳۰۱) $301 \rightarrow 302 \rightarrow 604$ ✓

۳۰۲) $302 \rightarrow 303 \rightarrow 606$ ✓

۳۰۳) $303 \rightarrow 304 \rightarrow 608$ ✓

۳۰۴) $304 \rightarrow 305 \rightarrow 610$ ✓

۳۰۵) $305 \rightarrow 306 \rightarrow 612$ ✓

۳۰۶) $306 \rightarrow 307 \rightarrow 614$ ✓

۳۰۷) $307 \rightarrow 308 \rightarrow 616$ ✓

۳۰۸) $308 \rightarrow 309 \rightarrow 618$ ✓

۳۰۹) $309 \rightarrow 310 \rightarrow 620$ ✓

۳۱۰) $310 \rightarrow 311 \rightarrow 622$ ✓

۳۱۱) $311 \rightarrow 312 \rightarrow 624$ ✓

۳۱۲) $312 \rightarrow 313 \rightarrow 626$ ✓

۳۱۳) $313 \rightarrow 314 \rightarrow 628$ ✓

۳۱۴) $314 \rightarrow 315 \rightarrow 630$ ✓

۳۱۵) $315 \rightarrow 316 \rightarrow 632$ ✓

۳۱۶) $316 \rightarrow 317 \rightarrow 634$ ✓

۳۱۷) $317 \rightarrow 318 \rightarrow 636$ ✓

۳۱۸) $318 \rightarrow 319 \rightarrow 638$ ✓

۳۱۹) $319 \rightarrow 320 \rightarrow 640$ ✓

۳۲۰) $320 \rightarrow 321 \rightarrow 642$ ✓

۳۲۱) $321 \rightarrow 322 \rightarrow 644$ ✓

۳۲۲) $322 \rightarrow 323 \rightarrow 646$ ✓

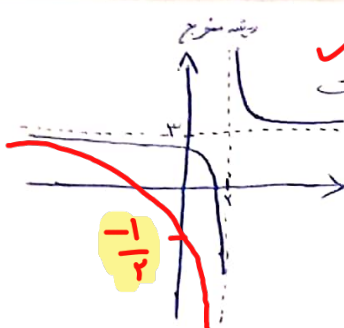
۳۲۳) $323 \rightarrow 324 \rightarrow 648$ ✓

۳۲۴) $324 \rightarrow 325 \rightarrow 650$

$$y = \frac{2x+1}{x-2}$$

$$\Downarrow x=2$$

$$\frac{4+1}{1} = 5$$



تابع یک به یک
دارد وارون پذیر است

$$y = \frac{2x+1}{x-2} \xrightarrow{\text{وارون}} x = \frac{2y+1}{y-2}$$

$$\Rightarrow xy - 2x = 2y + 1 \Rightarrow xy - 2y = 2x + 1$$

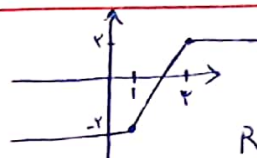
$$\Rightarrow y(x-2) = 2x+1 \Rightarrow y = \frac{2x+1}{x-2}$$



$$\frac{4+1}{-1} = -5$$

محل برخورد با محورهای مختصات

$$f(x) = |x-1| - |x-3| \Rightarrow \begin{cases} x-1-x+3=2 & x>3 \\ x-1+x-3=2x-4 & 1 \leq x \leq 3 \\ -x+1-x+3=-2 & x<1 \end{cases}$$



دارون پذیر [a,b] در بازه

دارون پذیر [1,3] در بازه

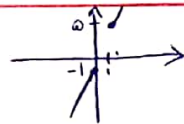
$$R_f = [-2, 2] \quad D_f = [1, 3]$$

$$f(x) = 2x-4 \quad 1 \leq x \leq 3 \xrightarrow{\text{وارون}} y = 2x-4 \Rightarrow x = \frac{y+4}{2} \Rightarrow y = \frac{x+4}{2}$$

$$\Rightarrow f(x)^{-1} = \frac{x+4}{2} \quad -2 \leq x \leq 2 \quad R_{f^{-1}} = [1, 3]$$

همیشه وقت معلوم تابع را بدست میدی باید دامنه اش را مشخص کنی!

$$f(x) = \begin{cases} x^3+4 & x>1 \\ 4x-1 & x \leq 0 \\ R = [0, +\infty) \\ R = (-\infty, -1] \end{cases}$$



$$y = x^3+4 \xrightarrow{\text{مقلوس}} x = \sqrt[3]{y-4} \Rightarrow y^3 = x-4 \Rightarrow y = \sqrt[3]{x-4}$$

$$y = 4x-1 \xrightarrow{\text{مقلوس}} x = \frac{y+1}{4} \Rightarrow 4y = x+1 \Rightarrow y = \frac{x+1}{4}$$

$$f(x)^{-1} = \begin{cases} \sqrt[3]{x-4} & x>4 \\ \frac{x+1}{4} & x \leq -1 \end{cases}$$

$$f(x) = x^2 - \frac{(x+1)^3}{x+3} \Rightarrow y = x^2 - \frac{(x+1)^3}{x+3} = \frac{-(x^3+3x^2+3x+1)}{x+3} + x^2 = \frac{x^3+3x^2-3x-1}{x+3}$$

$$\Rightarrow y = \frac{-(x^3+1)}{x+3} \xrightarrow{\text{وارون}} x = \frac{-y-1}{y+3} \Rightarrow xy + 3x = -y-1 \Rightarrow xy + 3y = -x-1$$

$$\Rightarrow y(x+3) = -x-1 \Rightarrow y = \frac{-x-1}{x+3}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{ax+b}{cx+d} = \frac{-x-1}{x+3} = \frac{-1x-1}{1x+3}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{-x-1}{x+3} \Rightarrow f(-2) = \frac{6-1}{-2+3} = \frac{5}{1} = 5 \Rightarrow b = -2 \quad (b < 0) \checkmark$$

$$f(x) = \frac{x}{x^2+1} \quad \frac{x_1}{x_1^2+1} = \frac{x_2}{x_2^2+1} \Rightarrow x_1x_2^2+x_1 = x_1^2x_2+x_2$$

$$\Rightarrow x_1x_2^2-x_1^2x_2+x_1-x_2 = 0 \Rightarrow x_1x_2(x_2-x_1) - (x_2^2-x_1^2) = 0 \Rightarrow (x_1x_2-1)(x_2-x_1) = 0$$

$$\Rightarrow x_1x_2 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{x_2} \quad x_2 = 1 \Rightarrow f\left(\frac{1}{x_2}\right) = \frac{\frac{1}{x_2}}{\frac{1}{x_2^2}+1} = \frac{x_2}{1+x_2^2} \quad f(1) = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$y = \frac{x}{x^2+1} \xrightarrow{\text{وارون}} x = \frac{y}{y^2+1} \Rightarrow xy^2+x = y \Rightarrow xy^2-y+x = 0$$

$$\Rightarrow y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} \Rightarrow y = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2-4x^2}}{2x} \Rightarrow y = \frac{1 \pm \sqrt{1-4x^2}}{2x} \Rightarrow f(x)^{-1} = \frac{1 \pm \sqrt{1-4x^2}}{2x}$$

$$|x| < \frac{1}{2} - \{0\}$$