نام و نام خانوادگی ......امیرمحمد مجتبائی......... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۱۲.... کلاس ..یازدهم تجربی...B.......

۱

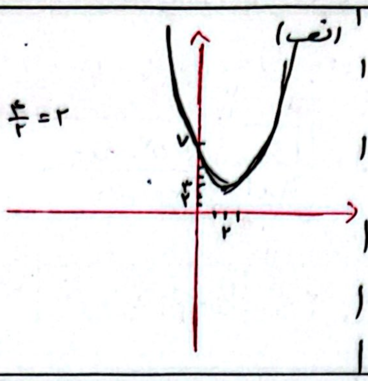
(الف

$y = x^2 - 4x + 7$

$a>0 \xrightarrow{\quad} \underline{\min}$ ، $x_S = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2} = 2$

$\Rightarrow y_S = 4 - 8 + 7 = 3$

$c = 7$

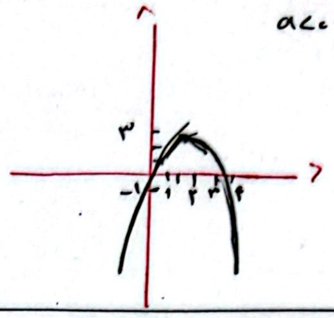


(ب

$y = -x^2 + 4x - 1$

$a<0 \xrightarrow{\quad} \underline{\max}$ ، $x_S = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{-2} = 2$

$y_S = -4 + 8 - 1 = 3$



۲

$2x^2 + (m+1)x + \frac{1}{2}m + 2 = 0$

(الف دو ریشه ی متمایز ← $\Delta > 0$ ~~ـ~~ $\underline{\Delta = b^2 - 4ac}$ ، $(m+1)^2 - (4)(\frac{1}{2}m + 2)(2) > 0 \Rightarrow (m+1)^2 - 4m - 16 > 0$

$m^2 + 2m + 1 - 4m - 16 > 0 \rightarrow m^2 - 2m - 15 > 0 \quad (m+3)(m-5) > 0$

$\begin{array}{ccccc} & -3 & & 5 & \\ + & \circ & - & \circ & + \end{array}$

$\boxed{m > 5 \ , m < -3}$ $\ m \in (-\infty, -3) \cup (5, +\infty)$

(ب یک ریشه ی مضاعف ← $\Delta = 0 \xrightarrow[\text{در الف}]{\text{طبق راه حل بدست آمده}}$ ، $m^2 - 2m - 15 = 0$ $\boxed{m = -3 \ , m = 5}$ $\ m = 5, -3$

(ج بدون ریشه حقیقی ← $\Delta < 0$ $\underline{\text{طبق معادله در الف}}$ ، $m^2 - 2m - 15 < 0$ $\boxed{-3 < m < 5}$ $\ m \in (-3, 5)$

(د ریشه داشته باشد ← $\Delta \geq 0$ ———— ، $m^2 - 2m - 15 \geq 0 \rightarrow \boxed{m \leq -3 \ , m \geq 5}$ $(-\infty, -3] \cup [5, +\infty)$

۳

(الف

$y = (m-2)x^2 - 2(m+1)x + 10$

$b = -(2m+2)$

$c = 10$

$a = (m-2)$

شرط‌ها:

Ⓘ $\Delta > 0 \rightarrow b^2 - 4ac > 0 \rightarrow (2m+2)^2 - 40m + 80 > 0$

Ⓘ $S < 0$ ~~4m~~ $4m^2 + 8m + 4 - 40m + 80 > 0$

Ⅲ $P > 0$ ~~xx~~ $4m^2 - 32m + 84 > 0 \rightarrow m^2 - 8m + 21 > 0$

$II = \frac{-b}{a} < 0 \quad \frac{2m+2}{m-2} < 0 \quad \begin{array}{ccccc} & -1 & & 2 & \\ + & \circ & - & \circ & + \end{array} \quad m \in \mathbb{R} \quad -1 < m < 2$

$III = \frac{10}{m-2} > 0 \quad \begin{array}{ccc} & 2 & \\ - & \circ & + \end{array} \quad m > 2 \Rightarrow I \cap II \cap III = \varnothing$

(ب

مختلف العلامت و $|x_1| > x_2$ ← $\begin{cases} I = \Delta > 0 \\ II = P < 0 \\ III = S < 0 \end{cases}$

مثبت ذهنی

$I =$ $\underline{\text{طبق الف}}$ ، $m^2 - 8m + 21 > 0 \ \underline{\Delta < 0}$ ؛ $m \in \mathbb{R}$

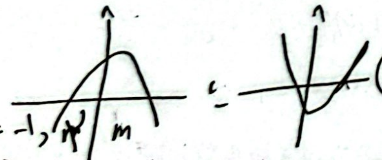
$II = \frac{c}{a} < 0 \quad \frac{10}{m-2} < 0 \quad \begin{array}{ccc} & 2 & \\ - & \circ & + \end{array} \quad m \in (-\infty, 2)$

$III = \frac{-b}{a} < 0 \quad \frac{2m+2}{m-2} < 0 \quad \begin{array}{ccccc} & -1 & & 2 & \\ + & \circ & - & \circ & + \end{array}$ ~~m~~ $-1 < m < 2$

$I \cap II \cap III = (-1, 2)$ یا $-1 < m < 2$

۴

(الف



$m \neq -1,$ ~~2~~ m

اگر مقطع دارای دو حالت داریم:

Ⓘ $\Delta > 0 \quad (2m+2)^2 - 40m + 80 > 0$

$m^2 - 8m + 21 > 0 \quad m \in \mathbb{R}$ همه مثبت است

a و c می توانند هم منفی باشند Ⓘ $P < 0 \rightarrow \frac{c}{a} < 0 \quad \frac{10}{m-2} < 0$

$m \in (-\infty, 2) \quad \begin{array}{ccc} & 2 & \\ - & \circ & + \end{array}$

$\begin{cases} a \in \mathbb{R} - \{0\} \\ S \in \mathbb{R} - \{0\} \end{cases}$ III هم مثبت و هم منفی / پس مقطع Δ باید مثبت و ضرب ریشه ها منفی باشد

Ⓘ $P < 0$ Ⓘ $\Delta > 0$

$I \cap II \cap III =$ ~~$(-\infty, 2) - \{-1\}$~~ ، $\boxed{(-\infty, 2) - \{-1\}}$

(ب

$x_S = -2$

$\frac{-b}{2a} = -2 \rightarrow \frac{b}{2a} = 2$

$b = 4a$

$-2m - 2 = 4m - 8$

$0 = 6m - 6 \rightarrow 6(m-1) = 0$

$\boxed{m = 1}$

۵

$\frac{2x^2}{3} - (2\sin\alpha)x + \frac{3}{2} = 0$ $\xrightarrow{\text{دارای ریشه ی حقیقی بس}}_{\Delta \geq 0}$ ، $(-2\sin\alpha)^2 - (4)(\frac{3}{2} \times \frac{2}{3}) \geq 0 \rightarrow 4\sin^2\alpha - 4 \geq 0$

$\sin^2\alpha \geq 1$ ~~دو~~ $0 \leq \sin^2\alpha \leq 1$ است مثبت است

$\sin^2\alpha = 1$ ——، $\sin^2\alpha$ مقدار می تواند یک باشد ولی نمی تواند بیشتر از یک باشد $\quad \sin^2\alpha = 1 \quad \sin\alpha = \pm 1$

$\sin\alpha = 1 \rightarrow \frac{2}{3}x^2 - 2x + \frac{3}{2} = 0 \xrightarrow{\times 6} 4x^2 - 12x + 9 = 0 \rightarrow \boxed{x = \frac{3}{2} \ ✓}$

$(2x - 3)^2$

$\sin\alpha = -1 \rightarrow \frac{2}{3}x^2 + 2x + \frac{3}{2} = 0 \xrightarrow{\times 6} 4x^2 + 12x + 9 = 0 \rightarrow x = -\frac{3}{2}$ ✗

$(2x + 3)^2$

$a+b+c=0$, $x_۱=۱$, $x_۲=\frac{-c}{a}$, $x_۲=-\frac{۱}{۳}$ $\to (x-۱)(۳x+۱)$

$y=\frac{(۳x^۲-۲x-۱)(۲x^۲-۳x-۵)}{(۱-x^۲)}=\frac{(۳x^۲-۲x-۱)(۲x^۲-۳x-۵)}{(۱-x)(۱+x)}$ $\to a+c=b$, $x_۱=-۱$, $x_۲=+\frac{۵}{۲}$, $(x+۱)(۲x-۵)$ — ۶

$\frac{(۳x+۱)\times\cancel{(x-۱)}\times\cancel{(x+۱)}\times(۲x-۵)}{-\cancel{(x-۱)}\times\cancel{(۱+x)}}=-(۳x+۱)(۲x-۵)\Rightarrow y=(-۳x-۱)(۲x-۵)$

$x_S=\frac{-۱۳}{-۱۲}=\frac{۱۳}{۱۲}$

$\Rightarrow y=-۶x^۲+۱۳x+۵$ $\to$ $a<0\to\max$, $y_S=\frac{-\Delta}{۴a}=\frac{-b^۲+۴ac}{-۲۴}=\frac{-۱۶۹-۱۲۰}{-۲۴}=\frac{-۲۸۹}{-۲۴}$

$\boxed{y_S=\frac{۲۸۹}{۲۴}}\simeq ۱۲٫۰۴$

$y=mx^۲-(m+۲)x-۲=0$ $\to$ طبق فرض $۳S=۵P+۷$, $S=\frac{-b}{a}$, $P=\frac{c}{a}$, $S=\frac{m+۲}{m}$, $P=\frac{-۲}{m}$ — ۷

$\frac{۳(m+۲)}{m}=(\frac{-۲}{m}\times۵)+\frac{۷m}{m}\Rightarrow\frac{۳m+۶}{m}=\frac{-۱۰}{m}+\frac{۷m}{m}\Rightarrow\frac{۳m+۶}{m}=\frac{۷m-۱۰}{m}$

$۳m+۶=۷m-۱۰$

$۱۶=۴m$ $\boxed{m=۴}$

$y=x^۲-۵x+۲=0\to S=\frac{-b}{a}=\frac{۵}{۱}=۵$, $P=\frac{c}{a}=\frac{۲}{۱}=۲\to\alpha\beta=۲$ $\beta=\frac{۲}{\alpha}$, $\beta^۲=\frac{۴}{\alpha^۲}$ — ۸

$\frac{۴\alpha+\beta^۵}{۵\beta^۲}=\frac{۴}{۵}(\frac{\alpha}{\beta^۲})+\frac{۱}{۵}(\frac{\beta^۵}{\beta^۲})\xrightarrow{\beta^۲=\frac{۴}{\alpha^۲}}\frac{۴}{۵}(\frac{\alpha}{\frac{۴}{\alpha^۲}})+\frac{۱}{۵}(\beta^۳)=(\frac{\cancel{۴}}{۵}\frac{\alpha^۳}{\cancel{۴}})+\frac{۱}{۵}\beta^۳$

$\Rightarrow\frac{۱}{۵}\alpha^۳+\frac{۱}{۵}\beta^۳\Rightarrow\frac{۱}{۵}(\alpha^۳+\beta^۳)=\frac{۱}{۵}(S^۳-۳SP)=\frac{۱}{۵}(۱۲۵-۳(۲)(۵))=\frac{۱}{۵}\times۹۵=\boxed{۱۹}$

$y_۱=f(x)_۱$, $y_۲=f(x)_۲$ — ۹

$f(x)_۱=ax^۲+bx+c$ $\xrightarrow[c=۴]{\text{نقطه قطع محور عرض‌ها}}$ $f(x)_۱=ax^۲+bx+۴$

$f(x)_۲=۲x+۱۰$

① $x=۲$: $f(۲)_۱=۴a+۲b+۴$; $x=۲$: $f(۲)_۲=۱۴$ $\Rightarrow$ $f(۲)_۱=f(۲)_۲\Rightarrow۴a+۲b+۴=۱۴$, $۴a+۲b=۱۰$

② $f(-۳)_۱=۹a-۳b+۴$, $f(-۳)_۲=۴$ $\}$ $f(-۳)_۱=f(-۳)_۲\Rightarrow۹a-۳b+۴=۴$, $۹a-۳b=0$

$\times۳$ $\{۴a+۲b=۱۰\to۱۲a+۶b=۳۰$

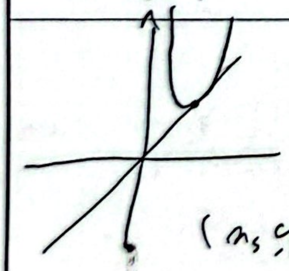
$\times۲$ $\{۹a-۳b=0\to۱۸a-۶b=0$

$۱۲a+۶b=۳۰$, $+۱۸a-۶b=0$ $=۳۰a=۳۰$, $a=۱$: $۴+۲b=۱۰$, $۲b=۶$, $b=۳$

$\begin{cases}a=۱\\b=۳\end{cases}$

$f(x)_۱=ax^۲+bx+۴$ [illegible] ,

$f(x)_۱=x^۲+۳x+۴$, $x_S=\frac{-b}{۲a}=\boxed{\frac{-۳}{۲}}$, $\boxed{x=-\frac{۳}{۲}}$



$y=x$ رأس سهمی باید روی خط باشد. در نتیجه طول رأس سهمی با عرض رأس سهمی برابر است — ۱۰

$(x_S,y_S)\in f(x)=x$

$x_S=\frac{-b}{۲a}$, $y_S=\frac{-\Delta}{۴a}$; $y=۲x^۲+(m+۱)x+m+۶$; $b=m+۱$, $a=۲$, $c=m+۶$, $\Delta=$

$x_S=y_S\to\frac{-b}{۲a}=\frac{-\Delta}{۴a}=\cancel{۴}ab=\cancel{۲}a\Delta$

$۲b=\Delta\to۲b=b^۲-۴ac\to b^۲-۲b-۴ac=0$

$\Rightarrow(m+۱)^۲-۲(m+۱)-۴(۲m+۱۲)=m^۲+۲m+۱-۲m-۲-۸m-۴۸=0$

$m^۲-۸m-۴۹=0$

$m=\frac{۸\pm\sqrt{(۸)^۲+۱۹۶}}{۲}=\frac{۸\pm۲\sqrt{۶۵}}{۲}$

$\frac{۸+۲\sqrt{۶۵}}{۲}\Rightarrow m_۱=۴+\sqrt{۶۵}$, $\frac{۸-۲\sqrt{۶۵}}{۲}\Rightarrow\boxed{m_۲=۴-\sqrt{۶۵}}$

$m_۱=۴+\sqrt{۶۵}$

$m_۲=۴-\sqrt{۶۵}$