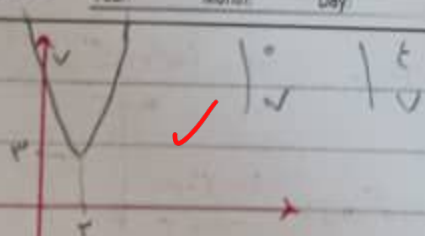


الف) $y = x^2 - 4x + 7$

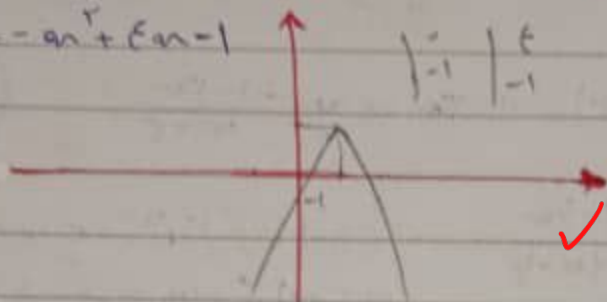
$$\Delta = \left| \begin{array}{cc} -4 & 7 \\ 1 & 1 \end{array} \right| = \frac{4}{1} = 4$$



ب) $y = -x^2 + 4x - 1$

$$\Delta = \left| \begin{array}{cc} 4 & -1 \\ 1 & -1 \end{array} \right| = \frac{4}{1} = 4$$

$$\Delta = \left| \begin{array}{cc} 4 & -1 \\ 1 & -1 \end{array} \right| = \frac{4}{1} = 4$$



(۲)

(۱)

$$2x^2 + (m+1)x + \frac{1}{4}m + 2 = 0 \rightarrow \Delta = (m+1)^2 - 4(2)\left(\frac{1}{4}m + 2\right) \rightarrow (m-5)(m+3)$$

الف) معادله دوربشی متمایز داشته باشد. ← برای اینکه معادله دوربشی متمایز داشته باشد باید $\Delta > 0$ باشد.

$$\Delta = (m+1)^2 - 4(2)\left(\frac{1}{4}m + 2\right) > 0 \rightarrow m^2 + 2m + 1 - 4m - 16 > 0 \rightarrow m^2 - 2m - 15 > 0$$

$$(m-5)(m+3) > 0 \rightarrow \frac{-3}{+} \frac{5}{-} \rightarrow m \in (-\infty, -3) \cup (5, +\infty) \checkmark$$

ب) معادله یک ریشه مضاعف داشته باشد. ← برای اینکه معادله یک ریشه مضاعف داشته باشد باید $\Delta = 0$ باشد.

$$\Delta = 0 \rightarrow (m+1)^2 - 4(2)\left(\frac{1}{4}m + 2\right) = 0 \rightarrow (m-5)(m+3) = 0 \rightarrow m = 5 \text{ یا } m = -3 \checkmark$$

ج) معادله ریشه حقیقی نداشتن باشد. ← دلتا (Δ) منفی باشد.

$$\Delta < 0 \rightarrow (m+1)^2 - 4(2)\left(\frac{1}{4}m + 2\right) < 0 \rightarrow (m-5)(m+3) < 0 \rightarrow \frac{-3}{+} \frac{5}{-}$$

$$\rightarrow m \in (-3, 5) \rightarrow -3 < m < 5 \checkmark$$

(۲)

(۳)

د) معادله ریشه نداشته باشد. ← دلتا (Δ) باید نامنفی باشد.

$$\Delta \geq 0 \rightarrow (m+1)^2 - 4(2)\left(\frac{1}{4}m + 2\right) \geq 0 \rightarrow (m-5)(m+3) \geq 0 \rightarrow \frac{-3}{+} \frac{5}{-}$$

$$\rightarrow m \in (-\infty, -3] \cup [5, +\infty) \checkmark$$

$$y = (m-2)x^2 - 2(m+1)x + 10 \rightarrow \Delta: 4(m+1)^2 - 4(10)(m-2) = m^2 - 8m + 24$$

الف) معادله محور x ها را در نوبت به طول های منفی قطع کند $\leftarrow$ دو ریشه معادله منفی است یعنی: $P > 0$ و $S < 0$

$$S < 0 \rightarrow \frac{2(m+1)}{(m-2)} < 0 \rightarrow \frac{m+1}{m-2} < 0 \rightarrow \frac{-1}{+1} \frac{2}{-1} \rightarrow m \in (-1, 2) \quad (1)$$

$$P > 0 \rightarrow \frac{10}{m-2} > 0 \rightarrow \frac{2}{-1} \rightarrow m \in (2, +\infty) \quad (2)$$

$$(1) \cap (2) \rightarrow (-1, 2) \cap (2, +\infty) = \emptyset \quad \checkmark \quad \text{بازای هیچ مقدار } m$$

ب) معادله دو ریشه مختلف علامت داشته باشد و قدر مطلق ریشه منفی بزرگتر از قدر مطلق ریشه مثبت باشد $\leftarrow$ معادله مختلف مختلف علامت دارد و ریشه منفی است
استاره بزرگتری دارد $P < 0$ و $S < 0$

$$S < 0 \rightarrow \frac{2(m+1)}{(m-2)} < 0 \rightarrow \frac{m+1}{m-2} < 0 \rightarrow \frac{-1}{+1} \frac{2}{-1} \rightarrow m \in (-1, 2) \quad (1)$$

$$P < 0 \rightarrow \frac{10}{m-2} < 0 \rightarrow \frac{2}{-1} \rightarrow m \in (-\infty, 2) \quad (2)$$

$$(1) \cap (2) \rightarrow (-1, 2) \cap (-\infty, 2) = (-1, 2) \rightarrow -1 < m < 2 \quad \checkmark \quad \text{مقدار } m$$

$$y = (m-2)x^2 - 2(m+1)x + 10$$

الف) سهون از هم نامیه مختلفا، بزرگتره برای اینکه سهون از هم نامیه بزرگتره باید ریشه های آن مختلف علامت باشد $P < 0$

$$m \in (-\infty, 2) \quad \checkmark$$

$$P < 0 \rightarrow \frac{10}{m-2} < 0 \rightarrow \frac{2}{-1} \rightarrow m \in (-\infty, 2)$$

$$(1, 75)$$

ب) محور تقارن سهون $h = -2$ باشد. m من و نام معادله محور تقارن h در $m = \frac{-b}{2a}$

است در شیب دارد

$$1 = 2m \Rightarrow m = \frac{1}{2}$$

$$m = \frac{-b}{2a}$$

وقت ۱

$$h = -2 \Rightarrow \frac{-b}{2a} = -2 \Rightarrow \frac{2}{2(m-2)} = -2 \Rightarrow \frac{-2(m+1)}{2(m-2)} = -2 \Rightarrow -(m+1) = 2m-4 \Rightarrow -m-1 = m-2$$

$$\frac{r a^2}{r} - (r \sin \alpha) a + \frac{r}{r}$$

$$\rightarrow \Delta > 0 \rightarrow \left(\frac{r}{r} \right) \left(\frac{r}{r} \right) - 4 \left(\frac{r}{r} \right) \left(\frac{r}{r} \right) > 0 \rightarrow \sin^2 \alpha - 1 > 0$$

من دانستم که $\sin$ نمی تواند مقاری بیش از یک داشته باشد و حداقل مقدار آن $\Rightarrow \sin \alpha > 1$ می باشد. پس در ادامه من نویسم:

$$\Rightarrow \sin^2 \alpha = 1 \rightarrow \sin \alpha = \pm 1$$

$$a = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow a = \frac{-b}{2a} \quad \text{چون دلتا صفر است (\Delta = 0) فقط یک ریشه مضاعف داریم.}$$

$$\boxed{\sin \alpha = 1} \rightarrow a = \frac{-(-r)}{r \left(\frac{r}{r} \right)} = \frac{r}{r} \quad \text{با ترتیب باید این ریشه را با شرط مثبت بودن آن گرفته پس ریشه مورد نظر برابر \frac{r}{r} است}$$

$$\boxed{\sin \alpha = -1} \rightarrow a = \frac{-(-r(-1))}{r \times \frac{r}{r}} = \frac{-r}{\frac{r}{r}} = \frac{-r}{r} \quad \text{با ترتیب باید این ریشه را با شرط مثبت بودن آن گرفته پس ریشه مورد نظر برابر \frac{r}{r} است}$$

$$y = \frac{(r a^2 - r a - 1)(r a^2 - r a - 2)}{1 - a^2} = \frac{4 a^4 - 12 a^3 - 11 a^2 + 13 a + 2}{1 - a^2} = \frac{(1 - a^2)(-4 a^2 + 13 a + 2)}{1 - a^2}$$

$$\Rightarrow y = -4 a^2 + 13 a + 2 \Rightarrow a_{\max} = \frac{-b}{2a} = \frac{-13}{-8} = \frac{13}{8}$$

$$a = \frac{13}{8} \rightarrow -4 \left(\frac{13}{8} \right)^2 + 13 \left(\frac{13}{8} \right) + 2 = \frac{-159}{16} + \frac{338}{16} + \frac{32}{16} = \frac{211}{16}$$

$$\Rightarrow y_{\max} = \frac{211}{16}$$

بزرگترین مقدار این کسر برابر $\frac{211}{16}$ است.

$$m a^2 - (m+2) a - 2 = 0$$

$$r(\alpha + \beta) = \Delta \alpha \cdot \beta + V$$

$$\alpha + \beta = \frac{m+2}{m}, \quad \alpha \cdot \beta = \frac{-2}{m} \Rightarrow \frac{r(m+2)}{m} = \frac{-10}{m} + V \Rightarrow 3m + 4 = -10 + Vm \Rightarrow 4m = 14 \Rightarrow m = \frac{7}{2}$$

$$\alpha + \beta = \frac{4}{\frac{7}{2}} = \frac{8}{7}, \quad \alpha \cdot \beta = \frac{-2}{\frac{7}{2}} = \frac{-4}{7}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha \cdot \beta \Rightarrow \left(\frac{8}{7} \right)^2 - 2 \left(\frac{-4}{7} \right) = \frac{64}{49} + \frac{8}{7} = \frac{112}{49} = \frac{16}{7}$$

$$\Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 = \frac{16}{7}$$

$$a^2 - 5a + 2$$

$$\alpha + \beta = 5$$

$$\alpha \cdot \beta = 2 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{\beta} \Rightarrow \frac{\alpha^2}{2} = \frac{1}{\beta^2}$$

$$\frac{f\alpha + \beta^2}{5\beta^2} = \frac{f\alpha}{5\beta^2} + \frac{\beta^2}{5} \Rightarrow \frac{f\alpha}{5} \left(\frac{1}{\beta^2} \right) + \frac{\beta^2}{5} = \frac{\alpha^2}{5} + \frac{\beta^2}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha \cdot \beta (\alpha + \beta)}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{125 - 2 \times 2 (5)}{5} = \frac{125 - 20}{5} = \frac{105}{5} = 21 \quad \checkmark$$

جواب نهایی = 19

21

18

باتوجه به اینکه سهم $y_1 = ax^2 + bx + c$ محور عرض را در نقطه ای به عرض $\frac{1}{2}$ قطع می کند در نتیجه c برابر $\frac{1}{2}$ است و جواب معادله تلاقی این سهم با خط $y = 2x + 10$ باید 2 و -3 باشد.

$$ax^2 + bx + \frac{1}{2} = 2x + 10 \Rightarrow ax^2 + (b-2)x - \frac{19}{2} = (x-2)(x+3) = x^2 - x - 6$$

$$\hookrightarrow x^2 + 3x + \frac{1}{2} = 0 \rightarrow \frac{-b}{2a} = \frac{-3}{2}$$

$$\Rightarrow a = 1 \quad \checkmark \Rightarrow b - 2 = 1 \Rightarrow b = 3 \quad \checkmark \quad \text{معادله محور تقارن سهم برابر } x = -\frac{1}{2} \text{ است}$$

1, 5

9

$$\text{معادله محور تقارن سهم: } x = -\frac{b}{2a} \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$y = 2ax^2 + (m+1)x + m + 4 \quad \text{نیازناهی اول: } y = x$$

زمانی که نمودار این تابع بر نیماز ناحیه اول مماس است یعنی دلتا (Δ) معادله تلاقی آنها برابر صفر است.

$$2ax^2 + (m+1)x + m + 4 = x \Rightarrow 2ax^2 + mx + m + 4 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = 0 \Rightarrow m^2 - 4(2)(m+4) = 0 \Rightarrow m^2 - 8(m+4) = 0 \Rightarrow m^2 - 8m - 32 = 0$$

$$\Rightarrow (m-12)(m+8) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m=12 \quad \text{نحیه اول} \times \\ m=-8 \quad \checkmark \end{cases}$$

1, 25

10