

به نام خدای عزوجل و خرد

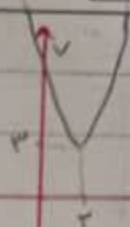
پرونده حاجی بابائی - تکلیف شماره ۱۲ - یازدهم پسر B (۱) page:

Subject:

Year: Month: Day:

الف) $y = x^2 - 4x + 7$

$$\Delta = \left(\frac{-b}{2a} \right)^2 - \frac{c}{a} = \frac{16}{4} - 7 = 0$$

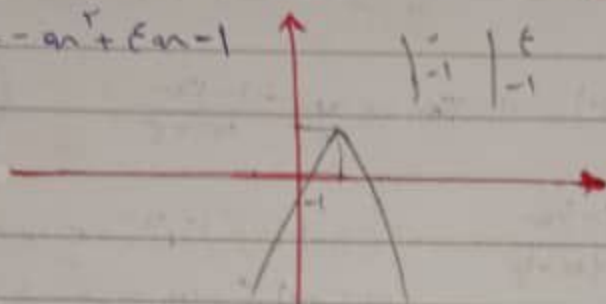


$$\begin{array}{c|c} 1 & 4 \\ \hline 1 & 4 \end{array}$$

ب) $y = -x^2 + 4x - 1$

$$\begin{array}{c|c} 1 & 4 \\ \hline -1 & -1 \end{array}$$

$$\Delta = \left(\frac{-b}{2a} \right)^2 - \frac{c}{a} = \frac{16}{4} - \frac{-1}{-1} = 3$$



(1)

$$2x^2 + (m+1)x + \frac{1}{4}m + 2 = 0 \rightarrow \Delta = (m+1)^2 - 4(2)\left(\frac{1}{4}m + 2\right) \rightarrow (m-5)(m+3)$$

الف) معادله دو ریشه‌ی متمایز داشته باشد. $\rightarrow$ برای اینکه معادله دو ریشه متمایز داشته باشد باید $\Delta > 0$ باشد.

$$\Delta = (m+1)^2 - 4(2)\left(\frac{1}{4}m + 2\right) > 0 \rightarrow m^2 + 2m + 1 - 4m - 16 > 0 \rightarrow m^2 - 2m - 15 > 0$$

$$(m-5)(m+3) > 0 \rightarrow \frac{-3}{+} \frac{5}{-} \rightarrow m \in (-\infty, -3) \cup (5, +\infty)$$

ب) معادله یک ریشه مضاعف داشته باشد. $\rightarrow$ برای اینکه معادله یک ریشه مضاعف داشته باشد باید $\Delta = 0$ باشد.

$$\Delta = 0 \rightarrow (m+1)^2 - 4(2)\left(\frac{1}{4}m + 2\right) = 0 \rightarrow (m-5)(m+3) = 0 \rightarrow m = 5 \text{ یا } m = -3$$

ج) معادله ریشه حقیقی نداشتن باشد. $\rightarrow$ دلتا (Δ) منفی باشد.

$$\Delta < 0 \rightarrow (m+1)^2 - 4(2)\left(\frac{1}{4}m + 2\right) < 0 \rightarrow (m-5)(m+3) < 0 \rightarrow \frac{-3}{+} \frac{5}{-}$$

$$\rightarrow m \in (-3, 5) \rightarrow -3 < m < 5$$

(2)

د) معادله ریشه نداشته باشد. $\rightarrow$ دلتا (Δ) باید نامنفی باشد.

$$\Delta \geq 0 \rightarrow (m+1)^2 - 4(2)\left(\frac{1}{4}m + 2\right) \geq 0 \rightarrow (m-5)(m+3) \geq 0 \rightarrow \frac{-3}{+} \frac{5}{-}$$

$$\rightarrow m \in (-\infty, -3] \cup [5, +\infty)$$

$$y = (m-2)x^2 - 2(m+1)x + 10 \rightarrow \Delta: 4(m+1)^2 - 4(10)(m-2) = m^2 - 8m + 24$$

الف) معادله محور x ها را در نوبته به طول های منفی قطع کند $\leftarrow$ دو ریشه معادله منفی است یعنی $P > 0$ و $S < 0$

$$S < 0 \rightarrow \frac{2(m+1)}{(m-2)} < 0 \rightarrow \frac{m+1}{m-2} < 0 \rightarrow \frac{-1}{+1} \frac{2}{-1} \rightarrow m \in (-1, 2) \quad (1)$$

$$P > 0 \rightarrow \frac{10}{m-2} > 0 \rightarrow \frac{2}{-1} \rightarrow m \in (2, +\infty) \quad (2)$$

$$(1) \cap (2) \rightarrow (-1, 2) \cap (2, +\infty) = \emptyset \quad \text{بازای هیچ مقدار } m$$

ب) معادله دو ریشه مختلف علامت داشته باشد که قدر مطلق ریشه منفی بزرگتر از قدر مطلق ریشه مثبت باشد $\leftarrow$ معادله مختلف مختلف علامت دارد و ریشه منفی است
استاره بزرگتری دارد $P < 0$ و $S < 0$

$$S < 0 \rightarrow \frac{2(m+1)}{(m-2)} < 0 \rightarrow \frac{m+1}{m-2} < 0 \rightarrow \frac{-1}{+1} \frac{2}{-1} \rightarrow m \in (-1, 2) \quad (1)$$

$$P < 0 \rightarrow \frac{10}{m-2} < 0 \rightarrow \frac{2}{-1} \rightarrow m \in (-\infty, 2) \quad (2)$$

$$(1) \cap (2) \rightarrow (-1, 2) \cap (-\infty, 2) = (-1, 2) \rightarrow -1 < m < 2 \quad \leftarrow m \text{ متناهی}$$

$$y = (m-2)x^2 - 2(m+1)x + 10$$

الف) سهم از سهم ناحیه مختلفات، عبور کند به برای اینکه سهم از هر یک ناحیه عبور کند باید ریشه های آن مختلف علامت باشد $P < 0$

$$m \in (-\infty, 2)$$

$$P < 0 \rightarrow \frac{10}{m-2} < 0 \rightarrow \frac{2}{-1} \rightarrow m \in (-\infty, 2)$$

$$(3)$$

ب) محور تقاطع سهم $b = -2$ باشد. m من و این معادله محور تقاطع $a = 2$ دارد پس $n = \frac{-b}{2a}$

است در نقطه دارد

$$1 = 2m \Rightarrow m = \frac{1}{2}$$

$$n = -2 \Rightarrow \frac{-b}{2a} = -2 \Rightarrow \frac{b}{2a} = 2 \Rightarrow \frac{-2(m+1)}{m-2} = 2 \Rightarrow -(m+1) = m-2 \Rightarrow -m-1 = m-2$$

$$\frac{2a^2}{3} - (2 \sin \alpha) a + \frac{3}{2}$$

$$\Delta \geq 0 \rightarrow \left(4 \sin^2 \alpha - 4 \left(\frac{2}{3} \right) \left(\frac{3}{2} \right) \right) \geq 0 \rightarrow \sin^2 \alpha - 1 \geq 0$$

من دافع به $\sin$ می توانم مقاری بیش از یک داشته باشم و حداقل مقدار آن $\sin \alpha \geq 1$ می باشد. پس در ادامه می نویسیم:

$$\Rightarrow \sin^2 \alpha = 1 \rightarrow \sin \alpha = \pm 1$$

(5)

$$a = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow a = \frac{-b}{2a} \quad (\Delta = 0) \text{ فقط یک ریشه مضاعف داریم.}$$

$$\sin \alpha = 1 \rightarrow a = \frac{-(-2)}{2 \times \frac{3}{2}} = \frac{2}{3} \quad \checkmark$$

با توجه به اینکه این ریشه را با شرط مثبت بودن

آن گرفته پس ریشه مورد نظر

$$\sin \alpha = -1 \rightarrow a = \frac{-(-2(-1))}{2 \times \frac{3}{2}} = \frac{-2}{\frac{3}{2}} = \frac{-4}{3} \quad \times \quad \boxed{a = \frac{2}{3}} \text{ برابر 2 است}$$

$$y = \frac{(3a^2 - 2a - 1)(2a^2 - 2a - 2)}{1 - a^2} = \frac{4a^4 - 12a^3 - 11a^2 + 12a + 2}{1 - a^2} = \frac{(1 - a^2)(-4a^2 + 12a + 2)}{1 - a^2}$$

$$\Rightarrow y = -4a^2 + 12a + 2 \Rightarrow a_{\max} = \frac{-b}{2a} = \frac{-12}{-8} = \frac{3}{2}$$

(4)

$$a = \frac{3}{2} \rightarrow -4 \left(\frac{3}{2} \right)^2 + 12 \left(\frac{3}{2} \right) + 2 = \frac{-36}{4} + \frac{36}{2} + \frac{8}{4} = \frac{20}{4}$$

$$\Rightarrow y_{\max} = \frac{20}{4}$$

بزرگترین مقدار این کسر برابر $\frac{20}{4}$ است.

$$m\alpha^2 - (m+2)\alpha - 2 = 0$$

$$3(\alpha + \beta) = 5\alpha \cdot \beta + 7$$

$$\alpha + \beta = \frac{m+2}{m}, \quad \alpha \cdot \beta = \frac{-2}{m} \Rightarrow \frac{3(m+2)}{m} = \frac{-10}{m} + 7 \Rightarrow 3m + 6 = -10 + 7m$$

$$\Rightarrow 4m = 16 \Rightarrow m = 4$$

$$\alpha + \beta = \frac{4}{4} = 1, \quad \alpha \cdot \beta = \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2}$$

(7)

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha \cdot \beta \Rightarrow \left(\frac{4}{4} \right)^2 - 2 \left(\frac{-1}{2} \right) = \frac{9}{4} + 1 = \frac{13}{4}$$

$$\Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 = \frac{13}{4}$$

$$n^2 - 5n + 2$$

$$\alpha + \beta = 5$$

$$\alpha \cdot \beta = 2 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{\beta} \Rightarrow \frac{\alpha^2}{4} = \frac{1}{\beta^2}$$

$$\frac{4\alpha + \beta^2}{5\beta^2} = \frac{4\alpha}{5\beta^2} + \frac{\beta^2}{5} \Rightarrow \frac{4\alpha}{5} \left(\frac{1}{\beta^2} \right) + \frac{\beta^2}{5} = \frac{\alpha^2}{5} + \frac{\beta^2}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha \cdot \beta(\alpha + \beta)}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{125 - 2 \times 2(5)}{5} = \frac{125 - 20}{5} = \frac{105}{5} = 21$$

جواب نهایی = 21

باتوجه به اینکه سهم $y_1 = an^2 + bn + c$ محور عرض ها را در نقطه ای به عرض 4 قطع می کند در نتیجه c برابر 4 است و جواب معادله تلاقی این سهم با خط $y = 2n + 10$ باید 2 و 3 باشد.

$$an^2 + bn + 4 = 2n + 10 \Rightarrow an^2 + (b-2)n - 6 = (n-2)(n+3) = n^2 + n - 6$$

$$\Rightarrow \boxed{a=1} \Rightarrow \boxed{b-2=1} \Rightarrow \boxed{b=3}$$
 معادله معده تقارن سهم برابر $n = \frac{-1}{2}$ است.

$$\text{معادله معده تقارن در سهم: } n = \frac{-b}{2a} \Rightarrow n = \frac{-1}{2}$$

$$y = 2n^2 + (m+1)n + m + 4 \quad \text{نیازناهی اول: } y = n$$

زمانی که نمودار این تابع بر نیماز ناحیه اول مماس است یعنی دلتا (Δ) معادله تلاقی آنها برابر صفر است.

$$2n^2 + (m+1)n + m + 4 = n \Rightarrow 2n^2 + mn + m + 4 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = 0 \Rightarrow m^2 - 4(2)(m+4) = 0 \Rightarrow m^2 - 8(m+4) = 0 \Rightarrow m^2 - 8m - 32 = 0$$

$$\Rightarrow (m-12)(m+8) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m=12 \\ m=-8 \end{cases}$$