$-\frac{1}{4}$

$y=(\cancel{a-1})x^2+x+3 \qquad x=2 \qquad \Delta=1+3=4$ —1

$\frac{-1}{2a-2}=2 \qquad 4a-4=-1 \qquad \frac{-1\pm 2}{-\frac{1}{2}}$

$4a=3 \to \boxed{a=\frac{3}{4}}$

---

$f(x)=mx^2-5x+m$ —2

| | $x_1$ | | $x_2$ | |
|---|---|---|---|---|
| | $-$ | $+$ | $-$ | |

$I\cap II \to \boxed{-\frac{5}{2}<m<0}$

$m<0 \; II$

$25-4m^2>0 \to 25>4m^2 \to \frac{25}{4}>m^2 \to -\frac{5}{2}<m<\frac{5}{2} \; I$

---

$x_1=\frac{3+\sqrt{5}}{3} \qquad x_2=\frac{3-\sqrt{5}}{3} \qquad S=2 \qquad x^2-Sx+P$ —3

$P=\frac{4}{9} \qquad x^2-2x+\frac{4}{9}$

---

$2x^2-8x+m+2=0 \qquad 3\alpha^2+\beta^2=12 \qquad \alpha^2+\beta^2=S^2-2P$ —4

$16 \qquad m+2$

$\beta^2=14-m-\alpha^2 \to 3\cancel{\alpha^2}+14-m-\cancel{\alpha^2}=12$

$2\alpha^2-m=-2 \to m=2\alpha^2+2 \qquad \alpha+\beta=4 \qquad \beta=4-\alpha$

$\alpha\beta=\frac{m+2}{2} \to \alpha\beta=\frac{2\alpha^2+4}{2} \to \alpha\beta=\alpha+2 \to 4\alpha-\alpha^2=\alpha+2$

$\boxed{m=4} \leftarrow m=2\alpha^2+2 \leftarrow 3=\beta \,,\, 1=\alpha \leftarrow \; 1,\; 2 \; \alpha^2-3\alpha+2=0$

---

$S(2,9) \qquad ax^2+bx+c=y \qquad c=5$ —5

$\frac{-b}{2a}=2 \to \boxed{b=-4a} \qquad \xrightarrow{x=2} \underbrace{\cancel{4a}}_{-b}+2b+5=9 \to b+5=9$

$\boxed{a=-1} \leftarrow \boxed{b=4}$

$-x^2+4x+5=y \qquad x_1=-1 \qquad x_2=+5$

| | $-1$ | | $5$ | |
|---|---|---|---|---|
| $-$ | | $+$ | | $-$ |

$\boxed{-1<x<5}$

---

$ax^2-7x+9\beta=0 \qquad \beta>0 \qquad \frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=? \to \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} \to \frac{\frac{7}{a}}{\frac{9\beta}{a}}=\frac{7}{9\beta}=\frac{7}{6}$ —6

$\beta^2\alpha-7\beta+9\beta=0 \to \alpha\beta^2+2\beta=0 \to \beta(\alpha\beta+2)=0$

$\alpha+\beta=\frac{7}{a} \to \frac{7\alpha}{9}=\frac{7}{9} \qquad 7\alpha^2=7\times 9^3 \qquad 9(\frac{\beta}{\alpha})+2=0 \to \frac{\beta}{\alpha}=-\frac{2}{9} \qquad \beta=-\frac{2}{9}\alpha$

$\alpha=\pm 3 \to \boxed{\alpha=-3} \qquad \boxed{\beta=\frac{2}{3}}$

Scanned with CamScanner

$x^۲ + mx - ۲m = ۰ \qquad \alpha^۲ - m\beta = ۸ \qquad \alpha + \beta = ?$

$\to \alpha^۲ + \beta^۲ - ۲m = ۸ \to S^۲ - ۲P + ۲m = ۸$

$x = \beta \to \beta^۲ + m\beta - ۲m = ۰ \to m\beta = -\beta^۲ + ۲m \qquad m^۲ + ۴m + ۴m = ۸$

$\boxed{۴ \quad \text{یا} \quad -۲}$

$m^۲ + ۲m - ۸ = ۰$

$\Delta = ۴ + ۳۲ = ۳۶$

$\frac{-۲ \pm ۶}{۲} = \begin{matrix} ۲ & m_1 \\ -۴ & m_2 \end{matrix}$

---

-۸

$mx^۲ + ۴x + \frac{m}{۲} + ۷ = f(x) \qquad y_S = ۸ \quad \Delta = ۱۶ - \underbrace{۴(m)(\frac{m}{۲} + ۷)}_{-۲m^۲ - ۲۸m}$

$\frac{-\Delta}{۴m} = ۸ \quad ۳۲m = -\Delta \to m = -\frac{\Delta}{۳۲} \to \frac{-۱۶ + ۲m^۲ + ۲۸m}{۳۲} = m$

$\frac{-۸ + m^۲ + ۱۴m}{۱۶} = m \qquad m^۲ + ۱۴m - ۸ = ۱۶m \to m^۲ - ۲m - ۸ = ۰$

$\frac{۲ \pm ۶}{۲} = \begin{matrix} ۴ \\ -۲ \end{matrix}$

$-۴x^۲ + ۴x + ۵ = f(x)$

$\Delta = ۱۶ + ۸۰ = ۹۶ \qquad \boxed{\frac{-۴ \pm ۴\sqrt{۶}}{۲}}$

---

$f(x) = A(x - x_{\text{راس}})^۲ + y_{\text{راس}} \to f(x) = A(x - ۲)^۲ + ۶ \xrightarrow{x = ۰} ۴A + ۶ = ۴$

$\boxed{A = -\frac{۱}{۲}}$

$-\frac{۱}{۲}x^۲ + ۲x - ۲ + ۶ \to -\frac{۱}{۲}x^۲ + ۲x + ۴$

$\frac{۱}{\alpha} + \frac{۱}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{-۴}{-۸} = \boxed{\frac{۱}{۲}}$

---

$x^۲ - (۴a + ۶)x + (۳a^۲ + ۶a + ۳) = ۰ \qquad x_1 = ۲$

$۴ - ۸a - ۸ + ۳a^۲ + ۶a + ۳ = ۰ \to ۳a^۲ - ۲a - ۱ = ۰ \begin{cases} ۱ \\ -\frac{۱}{۳} \end{cases}$

$x^۲ - ۸x + ۱۲x = ۰$

$(x - ۲)(x - ۶)$

۶