نام و نام خانوادگی ...امیرمحمد جعفری... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۳.. کلاس ......یازدهم ریاضی B......

۱

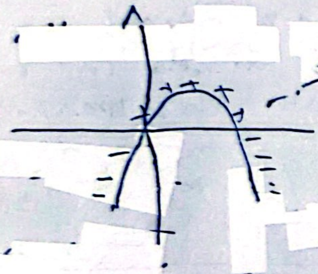
$x = 2$ محور تقارن $\frac{-b}{2a} = 2 \Rightarrow \frac{-1}{2(a-1)} = 2 \quad -1 = 4a - 4 \Rightarrow a = \frac{3}{4}$

$f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + x + 3$

$-\frac{1}{4}x^2 + x + 3 = 0 \Rightarrow -x^2 + 4x + 12 = 0$

$-(x^2 - 4x - 12) = 0 \quad -(x+2)(x-6) = 0 \quad x = -2 \;,\; x = 6$ پاسخ

۲



$f(x) = mx^2 - 5x + m$

بیشترین max دارد $\Rightarrow m < 0$ I

$\Delta > 0$ چون دو ریشه دارد

$25 - 4m^2 > 0 \quad 25 > 4m^2 \quad \frac{25}{4} > m^2 \Rightarrow -\frac{5}{2} < m < \frac{5}{2}$ II

$I \cap II = -\frac{5}{2} < m < 0$

۳

$x^2 - Sx + P = 0 \quad S = \alpha + \beta \quad P = \alpha\beta \quad S = 2 \quad P = \frac{4}{9} \Rightarrow x^2 - 2x + \frac{4}{9} = 0 \Rightarrow 9x^2 - 18x + 4 = 0$

$\alpha = \frac{3 - \sqrt{5}}{3} \quad \beta = \frac{3 + \sqrt{5}}{3}$

$S = \alpha + \beta = \frac{3-\sqrt{5}}{3} + \frac{3+\sqrt{5}}{3} = \frac{3 - \sqrt{5} + 3 + \sqrt{5}}{3} = 2$

$P = \alpha\beta = \frac{3-\sqrt{5}}{3} \times \frac{3+\sqrt{5}}{3} = \frac{9-5}{9} = \frac{4}{9}$

۴

$2\alpha^2 = 8\alpha - m - 2 \qquad \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{8}{2} = 4 \qquad f(x) = 2x^2 - 8x + m + 2 = 0$

$\alpha + \beta = 4 \Rightarrow \beta = 4 - \alpha \qquad \alpha\beta = \frac{m+2}{2}$

$\alpha\beta = 3 = \frac{m+2}{2} \Rightarrow m + 2 = 6 \quad m = 4$

$3\alpha^2 + (4 - \alpha)^2 = 12 \Rightarrow 4\alpha^2 - 8\alpha + 4 = 0$

$\alpha^2 - 2\alpha + 1 = 0$

$(\alpha - 1)^2 = 0 \quad \alpha = 1 \quad \beta = 3$

۵

$S(2, 9) \Rightarrow x_S = \frac{-b}{2a} \Rightarrow \frac{-b}{2a} = 2 \Rightarrow b = -4a \Rightarrow f(x) = ax^2 + bx + c$

$b = -4a \Rightarrow ax^2 - 4ax + c$ از (۰,۵) رد می‌شود $\Rightarrow ax^2 - 4ax + 5 \Rightarrow f(x) = ax^2 - 4ax + 5$

$c = 5 \leftarrow$ عرض از مبدا برابر ۵ است $\qquad f(x) > 0 \;:\; x \in (-1, 5)$

$f(2) = 9 \Rightarrow f(2) = 4a - 8a + 5 \Rightarrow 4a - 8a + 5 = 9$

$-4a = 4 \Rightarrow a = -1 \Rightarrow f(x) = -x^2 + 4x + 5$

$-x^2 + 4x + 5 = 0$

$-(x+1)(x-5) = 0$

6

$\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}$ → $ax^2-7x+9\beta=0$; $\alpha+\beta=\frac{7}{a}$ ، $\alpha\beta=\frac{9\beta}{\alpha} \Rightarrow \alpha=\frac{9}{\alpha}$ ، $\alpha^2=9$ ، $\alpha=\pm 3$

$a=3 \to 3+\beta=\frac{7}{3} \Rightarrow \beta=-\frac{2}{3}$ — m= منفی است ✗

$a=-3 \to -3+\beta=\frac{7}{3} \Rightarrow \beta=\frac{16}{3}$ ✓

$\alpha+\beta=\frac{7}{3}$ ، $\alpha\beta=\frac{9(\frac{16}{3})}{3}=16$ ⟹ $\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{\frac{7}{3}}{16}=\frac{7}{48} \Rightarrow \frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{7}{48}$ ، $a=-1$

7

$S=-m$ ، $P=-2m$; $x^2+mx-2m=0 \xrightarrow{x=\alpha} \alpha^2+m\alpha-2m=0$ ، $\alpha^2=-m\alpha+2m$

$\alpha^2-m\beta=8 \xrightarrow{\alpha^2=-m\alpha+2m}$

$-m\alpha+2m-m\beta=8$

$2m-m(\alpha+\beta)=8 \xrightarrow{\alpha+\beta=-m} 2m+m^2=8 \to m^2+2m-8=0$ ، $(m+4)(m-2)=0$ ، $m=-4$ ، $m=2$

$m=-4 \to x^2-4x+8=0$ ، $\Delta<0$ ، ریشه ندارد

$m=2$ ، $x^2+2x-4=0 \xrightarrow[\alpha+\beta=-\frac{b}{a}]{\text{صحیح است}} -\frac{2}{1}=-2$ ، $\boxed{\alpha+\beta=-2}$

8

$f(x)=mx^2+4x+\frac{m}{2}+7 \to a=m, b=4, c=\frac{m}{2}+7 \to$ ماکزیمم دارد پس $m<0$ است.

$S(x,8) \to$ عرض رأس $=8$ ، $y_s=-\frac{\Delta}{4a} \Rightarrow \frac{-b^2+4ac}{4a}=8 \to \frac{-16+2m^2+28m}{4m}=8$

$2m^2+28m-32m-16=0 \Rightarrow 2m^2-4m-16=0$ ، $m=-2$ ✓ $m<0$ ، $m=4$ ✗ ، $k=$ عرض رأس $\Rightarrow \boxed{k=8}$

$f(x)=mx^2+4x+\frac{m}{2}+7 \xrightarrow{m=-2} f(x)=-2x^2+4x+6=0 \xrightarrow{\text{ریشه‌ها}} -2x^2+4x+6=0$ ، $x^2-2x-3=0$ ، $(x-3)(x+1)=0$ ؛ $x=\frac{+2}{-2}=-1$ ، $x=\frac{-6}{-2}=3$

9

رأس سهمی $=(2,6) \to x_s=-\frac{b}{2a}=2$ ، $-b=4a$ ، $b=-4a$

$f(x)=ax^2+bx+c \xrightarrow{b=-4a} f(x)=ax^2-4ax+c \xrightarrow[c=4]{\text{گذرا از نقطه } (0,4) \text{ است}} f(x)=ax^2-4ax+4$

$f(x)=ax^2-4ax+4 \xrightarrow{f(2)=6} f(2)=4a-8a+4 \Rightarrow 4a-8a+4=6$ ، $-4a=2$ ، $a=-\frac{1}{2}$

$f(x)=-\frac{1}{2}x^2+2x+4 \xrightarrow{y=0} -\frac{1}{2}x^2+2x+4=0$ ، $\alpha+\beta=S=4$ ، $\alpha\beta=P=\frac{4}{-\frac{1}{2}}=-8$

$\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\boxed{\frac{4}{-8}=-\frac{1}{2}}$

$x^2-(4a+4)x+(3a^2+6a+3)=0$ ، $\alpha=2$ ، $\beta=?$ $\to S=\alpha+\beta=-\frac{b}{a}=4a+4$ ، $P=\alpha\beta=\frac{c}{a}=3a^2+6a+3$

$\alpha+\beta=4a+4 \xrightarrow{\alpha=2} 2+\beta=4a+4 \to \beta=4a+2$

$\alpha\beta=3a^2+6a+3 \xrightarrow{\alpha=2} \beta=\frac{3a^2+6a+3}{2}$

$\beta=\beta \to 4a+2=\frac{3a^2+6a+3}{2}$ ، $3a^2+6a+3=8a+4 \to 3a^2-2a-1=0$ ، $a^2-2a-3=0$ ، $(a-3)(a+1)=0$

$a=1 \Rightarrow x^2-8x+12=0$ ، $(x-2)(x-6)=0$ ، $\boxed{x=2}$ ، $\boxed{x=6}$ ؛ $x=2,6,\frac{2}{3}$

$\boxed{x=2, x=6 \text{ یا } x=2, x=\frac{2}{3}}$

$a=\frac{-1}{3} \Rightarrow x^2-\frac{8}{3}x+\frac{4}{3}=0 \xrightarrow{\times 3} 3x^2-8x+4=0$ ؛ $x^2-8x+12=0$ ، $x=2,6$ ؛ $a=\frac{3}{3}=1$ ، $a=\frac{-1}{3}$