

من دایم معادله محور تقاطع در $m = \frac{-b}{2a}$ من باشد
در نتیجه اگر این سه من نسبت به خط $m = 2$ و تقاطع باشد در نتیجه $2 = \frac{-b}{2a}$ است.

$$\frac{-1}{2(a-1)} = 2 \Rightarrow -1 = 4a - 4 \Rightarrow 3 = 4a \Rightarrow a = \frac{3}{4}$$

(۲)

(۱)

$$a = \frac{3}{4} \rightarrow y = \frac{-1}{4}x^2 + x + 3 \rightarrow x_1 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+3}}{\frac{-1}{2}} = \frac{-1 \pm 2}{\frac{-1}{2}}$$

$$\Rightarrow m = -2(-1 \pm 2) \Rightarrow \begin{cases} m_1 = -2(-1-2) = 4 \\ m_2 = -2(1) = -2 \end{cases}$$

این معضن محور ها را در طول مثبت 4 قطع می کنند. ✓

$$f(x) = max^2 - \Delta x + m$$

بنا بر بدانی که معادله دارای دو ریشه حقیقی متغایز است
در نتیجه Δ باید مثبت باشد.

x	x_1	x_2
$f(x)$	-	+

چون بین دو ریشه مقدار مثبت بوده و از خارج دو ریشه مقدار منفی
بوده در نتیجه سهمی رو به پایین (max) بوده و ضریب x^2 باید
منفی باشد $(a < 0)$.

$$\Delta > 0 \rightarrow 2\Delta - (m^2) > 0 \rightarrow (\Delta - 2m)(\Delta + 2m) > 0$$

$$\Rightarrow \frac{-\frac{\Delta}{2}}{-} \frac{\frac{\Delta}{2}}{+} \Rightarrow m \in (-\frac{\Delta}{2}, \frac{\Delta}{2}) \Rightarrow -\frac{\Delta}{2} < m < \frac{\Delta}{2} \quad (I)$$

(۲)

(۲)

$$a < 0 \rightarrow m < 0 \quad (II)$$

$$(I) \cap (II) \rightarrow (-\infty, 0) \cap (-\frac{\Delta}{2}, \frac{\Delta}{2}) = (-\frac{\Delta}{2}, 0) \Rightarrow -\frac{\Delta}{2} < m < 0 \quad \checkmark \quad m_{max}$$

$$S = \frac{3-\sqrt{5}}{3} + \frac{2+\sqrt{5}}{3} = \frac{5}{3} = 2$$

$$P = \frac{(3-\sqrt{5})(2+\sqrt{5})}{9} = \frac{a-b}{a} = \frac{4}{9}$$

و چون معادله در دو برابر فرایب صحیح
داشته باشد پس طرفین را در 9 ضرب می کنیم.

$$x^2 - 2ax + \frac{4}{9} \xrightarrow{\text{بفرایب صحیح} \times 9} 9x^2 - 18ax + 4 = 0 \quad \checkmark$$

(۲)

(۳)

$$2\alpha^2 - \lambda\alpha + m + 2 = 0 \quad , \quad 3\alpha^2 + \beta^2 = 12 \quad , \quad \alpha < \beta$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha + \beta &= \frac{\lambda}{2} = \epsilon \\ \beta - \alpha &= t \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} \alpha + \beta &= \epsilon \\ \beta - \alpha &= t \end{aligned} \Rightarrow 2\beta = t + \epsilon \Rightarrow \beta = \frac{t + \epsilon}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\epsilon - t}{2}$$

(P)α

$$\Rightarrow 3\alpha^2 + \beta^2 = 12 \Rightarrow 3\left(\frac{\epsilon - t}{2}\right)^2 + \left(\frac{\epsilon + t}{2}\right)^2 = \frac{3(14 + t^2 - \lambda t)}{\epsilon} + \frac{14 + t^2 + \lambda t}{\epsilon}$$

$$\Rightarrow \frac{\epsilon\lambda + 3t^2 - 2\epsilon t + 14 + t^2 + \lambda t}{\epsilon} = 12 \Rightarrow \cancel{\epsilon\lambda} + \epsilon t^2 - 14t + 14 = \cancel{\epsilon\lambda}$$

$$\Rightarrow \epsilon t^2 - 14t + 14 = 0 \Rightarrow t^2 - 4t + \epsilon = 0 \Rightarrow (t - 2)^2 = 0 \Rightarrow t = 2$$

$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} \beta - \alpha &= 2 \\ \beta + \alpha &= \epsilon \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2\beta = 4 \Rightarrow \beta = 2 \Rightarrow \alpha = 1$$

مقدار α و β را در معادله $2\alpha^2 - \lambda\alpha + m + 2 = 0$ قرار دهیم
 $2 = \alpha$

$$\text{مقدار } \alpha: a(\alpha - \beta)(\alpha - \alpha) = 0 \Rightarrow a(\alpha - 2)(\alpha - 1) \Rightarrow 2(\alpha - 2)(\alpha - 1) = 2\alpha^2 - \lambda\alpha + m + 2 = 0$$

$$2(\alpha^2 - 3\alpha + 2) = 2\alpha^2 - \lambda\alpha + m + 2 \Rightarrow 2\alpha^2 - \lambda\alpha + 4 = 2\alpha^2 - \lambda\alpha + m + 2$$

$$\Rightarrow m + 2 = 4 \Rightarrow m = 2 \quad \checkmark \quad \text{مقدار } m \text{ برابر } 2 \text{ است. } (m = 2)$$

مقدار معادله درجه دوم $S(h, k)$ برابر $y = a(x - h)^2 + k$ است پس داریم:

$$S(2, 9) \rightarrow y = a(x - 2)^2 + 9 \xrightarrow{(0, -1)} -1 = a(2 - 2)^2 + 9 \Rightarrow -1 = 9 \Rightarrow a = -1$$

$$\Rightarrow y = -(x - 2)^2 + 9 \Rightarrow y = -(x^2 + 4 - 4x) + 9 = -x^2 + 4x - 4 + 9$$

$$\Rightarrow y = -x^2 + 4x + 5 \Rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 20}}{-2} \Rightarrow x = \frac{-4 \pm 6}{-2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{array}{c|c} -1 & 5 \\ \hline - & + \end{array} \Rightarrow \text{مجموع در بازه } (-1, 5) \text{ مثبت است و بنابراین معادله دو ریشه دارد.} \quad \checkmark$$

$$\alpha^2 - \gamma\alpha + 9\beta = 0 \quad , \quad \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha \cdot \beta}$$

$$\alpha + \beta = \frac{\gamma}{\alpha} \quad \alpha \cdot \beta = \frac{9\beta}{\alpha}$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha + \beta}{\alpha \cdot \beta} = \frac{\frac{\gamma}{\alpha}}{\frac{9\beta}{\alpha}} = \frac{\gamma}{\alpha} \times \frac{\alpha}{9\beta} = \frac{\gamma}{9\beta}$$

$$\alpha = \beta \rightarrow \alpha^2 - \gamma\alpha + 9\beta = 0 \Rightarrow \alpha^2 - \gamma\alpha + 9\alpha = 0 \Rightarrow \alpha(\alpha - \gamma + 9) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \beta = 0 \text{ غلط} \rightarrow \text{برای صورتی که در آن } \beta = 0 \\ \alpha \cdot \beta + \gamma = 0 \rightarrow \alpha \cdot \beta = -\gamma \checkmark \end{cases}$$

(۲)



$$\Rightarrow \frac{\alpha + \beta}{\alpha \cdot \beta} = \frac{\frac{\gamma}{\alpha}}{-\gamma} = \frac{\gamma}{-\gamma\alpha} = \frac{\gamma}{9\beta} \Rightarrow -\gamma\alpha = 9\beta \Rightarrow \frac{-9}{\gamma}\beta = \alpha$$

$$\Rightarrow \alpha \cdot \beta = -\gamma \Rightarrow \left(\frac{-9}{\gamma}\beta\right) \cdot \beta = -\gamma \Rightarrow 9\beta^2 = \gamma^2 \Rightarrow 3\beta = \gamma \Rightarrow \beta = \frac{\gamma}{3}$$

مقدار منفی قابل قبول نیست زیرا طبق فرض در مثبت است

$$\frac{\alpha + \beta}{\alpha \cdot \beta} = \frac{\gamma}{9\beta} = \frac{\gamma}{9\left(\frac{\gamma}{3}\right)} = \frac{\gamma}{3} \Rightarrow \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\gamma}{3} \checkmark$$

$$\alpha^2 + m\alpha - \gamma m = 0 \quad \alpha^2 - m\beta = \lambda$$

$$\left. \begin{array}{l} \alpha^2 + m\alpha - \gamma m = 0 \\ \beta^2 + m\beta - \gamma m = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha^2 + m\alpha = \beta^2 + m\beta \Rightarrow \alpha^2 - m\beta = \beta^2 - m\alpha = \lambda$$

$$\alpha + \beta = -m \quad , \quad \alpha \cdot \beta = -\gamma m \Rightarrow \alpha \cdot \beta = \gamma(\alpha + \beta)$$

(۲)



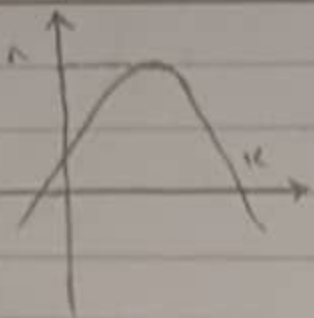
$$\left. \begin{array}{l} \alpha^2 - m\beta \\ \beta^2 - m\alpha \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 - m(\alpha + \beta) = 1\gamma \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 + (\alpha + \beta)(\alpha + \beta) = 1\gamma$$

$$\Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 + \alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta = 1\gamma \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 + \alpha \cdot \beta = \lambda \Rightarrow (\alpha + \beta)^2 - \cancel{\gamma\alpha\beta} + \alpha\beta = \lambda$$

$$\Rightarrow (\alpha + \beta)^2 - \gamma(\alpha + \beta) = \lambda \xrightarrow{\alpha + \beta = S} S^2 - \gamma S = \lambda \Rightarrow \begin{cases} S = 4 \rightarrow m = -4 \\ S = -2 \rightarrow m = 2 \checkmark \end{cases}$$

$$\Rightarrow \alpha + \beta = -2 \checkmark$$

عبارت اول (Δ) معادله را منفی می کنند و در این صورت معادله را منفی می کنند



$$f(x) = mx^2 + kx + \frac{m}{y} + y$$

$$y_{\max} = \Delta = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-(14 - 2m)(\frac{m}{y} + y)}{4m} = \Delta$$

$$\rightarrow \frac{-(14 - 2m^2 - 2\Delta m)}{4m} = \Delta \rightarrow \frac{2m^2 + 2\Delta m - 14}{4m} = \Delta$$

(2)

(1)

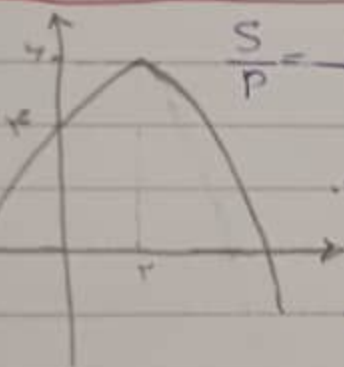
= 14 - 2m^2 - 2\Delta m

$$\rightarrow m^2 + 2\Delta m - \Delta = 14m \rightarrow m^2 - 2m - \Delta = 0 \rightarrow (m-2)(m+\Delta) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m=2 \text{ صحیح} \\ m=-\Delta \checkmark \end{cases}$$

$$m=-2 \rightarrow f(x) = -2x^2 + kx + y = -2(x^2 - 2x - 2) = 0$$

$$\Rightarrow -2(x-2)(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=2=K \text{ (نقطهٔ مینیمم)} \\ x=-1 \end{cases}$$

$$K=2 \checkmark$$



$$\frac{S}{P} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \text{مجموع معکوس صفرهای مساوی}$$

$$\text{معادلهٔ سهمی با رأس (h, k) به صورت } y = a(x-h)^2 + k$$

$$\Rightarrow y = a(x-2)^2 + y \xrightarrow{x=0} k = a(0)^2 + y \Rightarrow a = \frac{-1}{y}$$

(2)

(9)

$$\Rightarrow y = \frac{-1}{y}(x-2)^2 + y \Rightarrow y = \frac{-1}{y}(x^2 - 4x + 4) + y \Rightarrow y = \frac{-x^2}{y} + 2x - 2 + y$$

$$\Rightarrow y = \frac{-1}{y}x^2 + 2x + k \Rightarrow \begin{cases} S = -\frac{b}{a} = k \\ P = \frac{c}{a} = k \times (-2) = -\Delta \end{cases} \Rightarrow \frac{S}{P} = \frac{k}{-\Delta} = \frac{-1}{y} = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{-1}{y} \checkmark$$

$$x^2 - (ka + c)x + (ra^2 + 4a + r) = 0 \xrightarrow{a=1} k - (ka + c) + 3a^2 + 4a + r = 0$$

(2)

$$\Rightarrow 3a^2 - 2a - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=1 \checkmark \\ a=-\frac{1}{3} \checkmark \end{cases} \xrightarrow{a=1} x^2 - \Delta x + 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=4 \end{cases}$$

(10)

$$a = \frac{-1}{y} \rightarrow x^2 - \frac{\Delta}{y}x + \frac{k}{y} = 0 \Rightarrow 3a^2 - \Delta a + k = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=\frac{y}{3} \end{cases} \checkmark$$

بنابراین ریشه دیگر یا $\frac{y}{3}$ (وقتی $a = -\frac{1}{y}$) و $\frac{y}{3}$ (وقتی $a = 1$)