به نام خدا

(۱)

$y = -ax^2 + bx + 3$

$y_{max} = 5 \Rightarrow \frac{-\Delta}{4a} = 5 \Rightarrow \frac{-(b^2+12)}{-24} = 5 \Rightarrow b^2 + 12 = 28 \Rightarrow b^2 = 16$

$\Rightarrow b = \pm 4$

* هردو مقدار ۴ و ۴- برای b قابل قبول است زیرا در هردو مقدار y_{max} برابر ۵ میباشد

(۲)

الف) $f(x) = x^4 + 2x^2 + 3 \xrightarrow{x^2 = t} t^2 + 2t + 3 = 0 \Rightarrow \Delta = 4 - 12 < 0$

ریشه ندارد (صفر تابع ندارد)

ب) $f(x) = (4-x^2)^2 - 2(4-x^2) - 15 \xrightarrow{4-x^2 = t} t^2 - 2t - 15 = 0$

$\Rightarrow (t-5)(t+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 5 \Rightarrow 4 - x^2 = 5 \Rightarrow x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x^2 = -1 \quad \times \\ t = -3 \Rightarrow 4 - x^2 = -3 \Rightarrow x^2 - 7 = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{7} \quad \checkmark \end{cases}$

(۳)

$4x^2 - 14x + m = 0$

ریشه ها: α ، $\alpha + 2$ $\Rightarrow S = 2\alpha + 2 = \frac{14}{4} \Rightarrow 4(\alpha + 1) = 16 \Rightarrow \alpha = 3$

$\Rightarrow \alpha + 2 = 5 \Rightarrow P = (\alpha + 2)(\alpha) \Rightarrow 15 = \frac{m}{4} \Rightarrow m = 60$

مجموعه جواب معادله $= \{3, 5\}$

(۴)

$3x^2 - 7x + m = 0 \Rightarrow S = \alpha + \beta = \frac{7}{3} = 2$

$2\alpha - \beta = 4 \Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = 2 \\ 2\alpha - \beta = 4 \end{cases} \Rightarrow 3\alpha = 6 \Rightarrow \alpha = 2 \Rightarrow \beta = 0$

$\Rightarrow P = \alpha\beta = \frac{m-1}{3} = 0 \Rightarrow m = 1$

(۵)

$-mx^2 + 4x + m^2 - 2 = 0 \Rightarrow$ ریشه ها معکوس یکدیگر هستند $\Rightarrow P = 1 \Rightarrow \alpha\beta = 1 = \frac{m^2-2}{-m}$

$\Rightarrow \frac{m^2-2}{-m} = 1 \Rightarrow m^2 - 2 = -m \Rightarrow m^2 + m - 2 = 0 \Rightarrow (m+2)(m-1) = 0$

در این حالت ریشه ها مضاعف هستند و مقادیر Δ برابر صفر میشود

$\Rightarrow \begin{cases} m = -2 \Rightarrow 2x^2 + 4x + 2 = 0 \Rightarrow \Delta = 16 - 4(4) = 0 \\ m = 1 \Rightarrow -x^2 + 4x - 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 16 - 4 > 0 \quad \checkmark \end{cases} \Rightarrow m = 1$

Year Month Day

$x^2 - mx + 3^3 = 0 \Rightarrow P = \alpha \cdot \beta = 3^3 \Rightarrow S = m = \alpha + \beta$

۶

$\alpha \cdot \beta^2 = 4 \Rightarrow \alpha \cdot \beta \cdot \beta = 4 \Rightarrow P \cdot \beta = 4 \Rightarrow 3\beta = 4 \Rightarrow \beta = \frac{4}{3}$

$\Rightarrow \alpha \cdot \frac{4}{3} = 3 \Rightarrow \alpha = \frac{9}{4} \Rightarrow S = \alpha + \beta \Rightarrow \frac{9}{4} + \frac{4}{3} = \frac{27+16}{12} = \frac{43}{12} = m$

$x^2 - 4x + m = 0 \Rightarrow S = 4 \ , \ P = m$

ریشه‌های معادله : $3\alpha \ , \ \alpha \Rightarrow S = 3\alpha + \alpha = 4\alpha = 4 \Rightarrow \alpha = 1 \Rightarrow 3\alpha = 3$

۷

$P = 3\alpha \cdot \alpha = 3\alpha^2 \Rightarrow 3(1) = 3 = m$

$x^2 - 7x + 2 = 0 \Rightarrow P = \alpha \cdot \beta = 2 \Rightarrow \beta = \frac{2}{\alpha} \Rightarrow \beta^3 = \frac{8}{\alpha^3}$

۸

$\Rightarrow \alpha^3 + \frac{8}{\alpha^3} = \alpha^3 + \beta^3 = (\alpha+\beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha+\beta) = S^3 - 3PS$

$\xrightarrow{S=7 \ , \ P=2} 7^3 - 3(2)(7) \Rightarrow 343 - 42 = 301$

جواب نهایی : ۳۰۱

$h(t) = -10t^2 + 50t$ ارتفاع توپ (h) زمان (t)

۹

ارتفاع ماکسیمم توپ $= h_{max} = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-(2500)}{-40} = \frac{2500}{40} = 62.25$

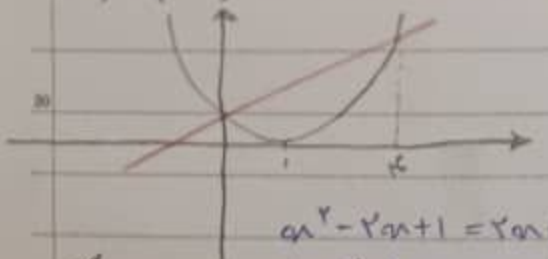
زمانی که ارتفاع توپ صفر است = زمانی که توپ به زمین برخورد می‌کند $\Rightarrow -10t^2 + 50t = 0 \rightarrow t(50 - 10t) = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} t = 0 & \times \\ t = 5 & \checkmark \end{cases}$

توپ در زمان ۵ به زمین برخورد می‌کند.

۱۰

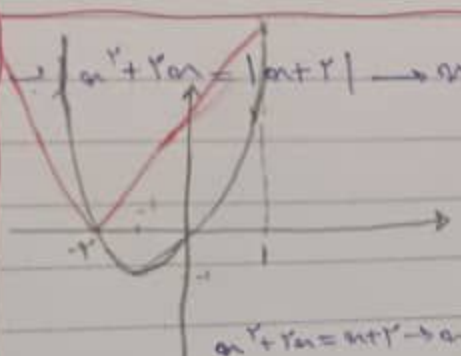
الف) $(x-1)^2 = 2x + 1 \rightarrow x = \{0, 4\}$



$x^2 - 2x + 1 = 2x + 1$

$\Rightarrow x^2 - 4x = 0 \rightarrow x = \{0, 4\}$

ب) $|x^2 + 2x| = |x + 2| \rightarrow x = \{-2, 1\}$



$x^2 + 2x = x + 2 \rightarrow x^2 + x - 2 = 0$

$S \left| \begin{matrix} -\frac{b}{a} = -1 \\ -1 \end{matrix} \right. \rightarrow (x+2)(x-1) \rightarrow x = \{1, -2\}$

Arman