

معادله خط گذرا از نقطه $\frac{4}{3}$:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - (-2)}{4 - 5} = \frac{4}{-1} = -4$$

شیب

الف) خط از نقطه $\frac{5}{3}$ عبور کند

$$\Rightarrow y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y - 2 = -4(x - 4) \Rightarrow y = -4x + 14 + 2 \Rightarrow y = -4x + 16$$

ب) با خط $-1 = 2y + 4x$ موازی باشد + در شیب باید برابر $2y + 4x = n$ باشد بدین آئی که:

$$\frac{2}{2} = \frac{4}{4} \neq \frac{n}{-1}$$

$$\Rightarrow 4x + 2y = 2n$$

$$\Rightarrow 2y + 4x = n \xrightarrow{(4, 2)} 2(2) + 4(4) = n \Rightarrow 4 + 16 = n \Rightarrow n = 20$$

ج) به خط $1 = 3x + 4y$ عمود باشد + در شیب باید شیبش قرینه معکوس شیب این خط باشد

$$x + 3y = 1 \Rightarrow 3y = -x + 1 \Rightarrow y = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3} \Rightarrow \text{شیب} = -\frac{1}{3} \Rightarrow m = 3$$

خط گذرا از نقطه $(4, 2)$

$$\Rightarrow y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y - 2 = 3(x - 4) \Rightarrow y = 3x - 12 + 2 \Rightarrow y = 3x - 10$$

$$m = \tan \alpha \Rightarrow \tan \frac{\pi}{3} = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

د) با جهت مثبت محور x زاویه $\frac{\pi}{3}$ بسازد

$$\rightarrow m = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y - 2 = \sqrt{3}(x - 4) \Rightarrow y = \sqrt{3}x + 2 - 4\sqrt{3}$$

نقطه $\frac{2}{3}$ را در نظر بگیریم

$$\text{فاصله دو نقطه} \rightarrow \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

(x_2, y_2) (x_1, y_1)

الف) فاصله این نقطه از نقطه $\frac{1}{\sqrt{2}}$

$$\text{فاصله این نقطه} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$\left| \frac{ax_0 + by_0 + c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$

$\frac{x_0}{y_0}$ (فاصله از خط)

ب) فاصله این نقطه از خط $3x + 4y = 3$

$$\left| \frac{3x + 4y - 3}{\sqrt{3^2 + 4^2}} \right| = \frac{|3(2) + 4(3) - 3|}{\sqrt{25}} = \frac{|4 + 12 - 3|}{5} = \frac{13}{5} = 2.6$$

(۳)

$$x + 2y = 1 \text{ و } 2x + 3y = 4 \text{ فرض}$$

$$ax + by = c \Rightarrow ax + by = \frac{c+c'}{2}$$

$$ax + by = c'$$

این معادله خط دقیقاً وسط این دو خط و موازی این دو خط

$$x + 2y = 1$$

$$\Rightarrow x + 2y = \frac{1+4}{2} \Rightarrow x + 2y = 2.5 \Rightarrow 2x + 3y = 5$$

$$2x + 3y = 4 \Rightarrow x + 1.5y = 2$$

$$\begin{cases} ax + by = c \\ ax + by = c' \end{cases} \quad d = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \Rightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 2x + 3y = 5 \end{cases} \Rightarrow d = \frac{|4 - 5|}{\sqrt{2^2 + 3^2}} = \frac{1}{\sqrt{13}} = \frac{\sqrt{13}}{13}$$

فاصله این دو خط

$$3x - 2y = 1 \text{ و } 2x + 3y = 3 \text{ معادله خطوط متعامد فرض}$$

باتوجه به اینکه من دایره هر نقطه روی یک نیمساز از دو ضلع زاویه می‌کشد فاصله است پس داریم:

$$\frac{|ax + by - c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|a'x + b'y - c'|}{\sqrt{(a')^2 + (b')^2}} \Rightarrow \frac{|3x - 2y - 1|}{\sqrt{3^2 + 2^2}} = \frac{|2x + 3y - 3|}{\sqrt{2^2 + 3^2}}$$

$$\Rightarrow |3x - 2y - 1| = |2x + 3y - 3| \Rightarrow \pm(3x - 2y - 1) = 2x + 3y - 3$$

بنابراین معادله متعامد ها به یکی از دو صورت زیر است:

$$3x - 2y - 1 = 2x + 3y - 3 \Rightarrow x - 5y + 2 = 0$$

$$-(3x - 2y - 1) = 2x + 3y - 3 \Rightarrow -3x + 2y + 1 = 2x + 3y - 3 \Rightarrow 5x + y - 4 = 0$$

$$y + 3x = 4 \text{ و } y - 2x = 2 \text{ زاویه بین دو خط}$$

$$m : y = 2x + 2 \Rightarrow m = 2$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \left| \frac{m - m'}{1 + mm'} \right| = \left| \frac{2 - (-3)}{1 + (-6)} \right| = \left| \frac{5}{-5} \right| = 1$$

$$m' : y = -3x + 4 \Rightarrow m' = -3$$

$$(\beta = 180^\circ - \alpha)$$

$$\tan \alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \beta = 135^\circ = \frac{3\pi}{4}$$

زاویه منفرجه بین دو خط زاویه حاده بین دو خط

$$A \begin{vmatrix} 3 \\ -2 \end{vmatrix} \quad B \begin{vmatrix} -5 \\ 4 \end{vmatrix}$$

$$\rightarrow AB = 10$$

$$AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{100} = 10 \quad \text{الف) فاصله این دو نقطه}$$

ب) مختصات نقطه دقیقاً وسط این دو نقطه $\rightarrow$ این نقطه را M فرض میکنیم

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{3 - 5}{2} = -1 \quad y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-2 + 4}{2} = 1$$

$$M \begin{vmatrix} -1 \\ 1 \end{vmatrix} \quad \text{و} \quad M(-1, 1)$$



$$\begin{vmatrix} -10 \\ 13 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} -2 \\ 3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 3 \\ 1 \end{vmatrix}$$

$$x_G = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} = \frac{-10 - 2 + 3}{3} = \frac{-9}{3} = -3 \quad \text{الف) مرکز ثقل مثلث}$$

$$\Rightarrow G \begin{vmatrix} -3 \\ -3 \end{vmatrix} \quad \text{و} \quad G(-3, -3)$$

$$y_G = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} = \frac{-13 + 3 + 1}{3} = \frac{-9}{3} = -3$$

ب) مساحت مثلث
هر یک برای سه نقطه مثلث و مساحتشان داریم:

$$\Rightarrow S = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \Rightarrow S = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -10 & -2 & 3 \\ -13 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} |-30 - 39 - 2 - 9 + 10 - 26|$$



$$\Rightarrow \frac{1}{2} |-96| = \frac{1}{2} (96) = 48 \Rightarrow S_{\text{مثلث}} = 48$$

$$y = \frac{2x+1}{5x-3}$$



الف) قرینه نسبت به محور x ها:

ب) قرینه نسبت به محور y ها:

ج) قرینه نسبت به نیمه‌ای خاص از دایره:

د) قرینه نسبت به نیمه‌ای خاص از دایره:

$$X = x - \alpha \quad Y = y - \beta$$

مبدأ معنقات α | β - آنکاه داریم:

$$X = x - 2 \quad Y = y + 3$$

ان (مبدأ معنقات 2 | 3 -):

$$\rightarrow X + 2 = x \quad Y - 3 = y$$

$$y = \frac{2x+1}{x-3} \Rightarrow Y-3 = \frac{2(X+2)+1}{(X+2)-3} \Rightarrow Y = \frac{2X+4+1}{X-1} + 3 \Rightarrow Y = \frac{2X+5+3X-3}{X-1}$$

$$\Rightarrow Y = \frac{5X+2}{X-1}$$

9

$$X = x - 3 \quad Y = y - 2$$

ب (مبدأ معنقات 3 | 2 -):

$$\rightarrow X + 3 = x \quad \rightarrow Y + 2 = y$$

$$y = \frac{2x+1}{x-3} \Rightarrow Y+2 = \frac{2(X+3)+1}{X+3-3} \Rightarrow Y = \frac{2X+6+1}{X} - 2 \Rightarrow Y = \frac{2X+7-2X}{X}$$

$$\Rightarrow Y = \frac{7}{X}$$

الف) حل به روش حذف:

$$\begin{cases} 3x + 4y = 2 \\ x - 5y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x + 4y = 2 \\ -3x + 15y = -3 \end{cases} \Rightarrow 19y = -1 \Rightarrow y = \frac{-1}{19} \Rightarrow x = \frac{14}{19}$$

$$x = - \frac{\begin{vmatrix} 4 & 2 \\ -5 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 1 & -5 \end{vmatrix}} = - \frac{4+10}{-15-4} = - \frac{14}{-19} \Rightarrow x = \frac{14}{19}$$

ب) حل به روش کرامر:

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 1 & -5 \end{vmatrix}} = \frac{3-2}{-15-4} = \frac{1}{-19} \Rightarrow y = \frac{-1}{19}$$

10