نام و نام خانوادگی ...امیر محمد جهانی............ پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۱۶... کلاس ...یازدهم ریاضی B..

۱

عمود منصف خط گذرنده از A و B برای عمود است پس :

$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-۶-۸}{۴-۲} = \frac{-۱۴}{۲} = -۷ \quad m \times m' = -۱$

$m' \Rightarrow -۷ \times m' = -۱ \Rightarrow m' = \frac{۱}{۷} \Rightarrow y = \frac{۱}{۷}x + b$

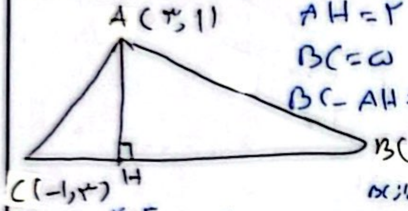
عمود منصف از وسط پاره خط AB عبور می‌کند

$M(x , y) \Rightarrow \frac{x_A + x_B}{۲} = x \quad \frac{y_A + y_B}{۲} = y$

$\Rightarrow \frac{۴+۲}{۲} = ۳ \; , \; \frac{۸+(-۶)}{۲} = ۱ \rightarrow M(۳,۱) \longrightarrow y = \frac{۱}{۷}x + b \xrightarrow{M(۳,۱)} \frac{۳}{۷} + b = ۱ : b = \frac{۴}{۷}$

$y = \frac{۱}{۷}x + \frac{۴}{۷} \xrightarrow{\times ۷} \boxed{۷y - x = ۴}$

۲



$AH = ۲$

$BC = ۵$

$BC - AH = \boxed{۵ - ۲ = ۳}$

$BC = \sqrt{(x_B - x_C)^۲ + (y_C - y_B)^۲} \quad \frac{B(-۴,۷)}{C(-۱,۳)} , \quad x_H = -\frac{|\;|}{|\;|}$

$BC = \sqrt{(-۴+۱)^۲ + (۷-۳)^۲} = \sqrt{۹ + ۱۶} = \sqrt{۲۵} = ۵ \quad y_H = \frac{|\;|}{۲۵}$

پیدا کردن H : AH بر BC عمود است پس ⇐

خط BC ⇐ $y_{BC} = \frac{+۴}{-۳}x + b \xrightarrow{C(-۱,۳)} , \frac{۴}{۳} + b = \frac{۹}{۳} \Rightarrow b = \frac{۵}{۳} \Rightarrow ۳y + ۴x = ۵$

$m_{BC} = \frac{۷-۳}{-۴+۱} = \frac{۴}{-۳} \rightarrow m_{AH} \times m_{BC} = -۱ \Rightarrow m_{AH} \times \frac{-۴}{۳} = -۱ \quad m_{AH} = \frac{۳}{۴} \Rightarrow y_{AH} = \frac{۳}{۴}x + b \xrightarrow{A(۳,۱)}$

$\Rightarrow \frac{۹}{۴} + b = \frac{۴}{۴} \Rightarrow b = -\frac{۵}{۴} \Rightarrow ۴y - ۳x = -۵ \rightarrow$ معادله خط AH $\Rightarrow \begin{cases} ۴y - ۳x = -۵ \\ ۳y + ۴x = ۵ \end{cases} \quad x_H = -\frac{۳۵}{-۲۵} = \frac{۷}{۵} \quad y_H = \frac{۵}{۲۵} = \frac{۱}{۵}$

$H(\frac{۷}{۵}, \frac{۱}{۵}) \Rightarrow AH = \sqrt{(۳ - \frac{۷}{۵})^۲ + (۱ - \frac{۱}{۵})^۲} = \sqrt{\frac{۱۰۰}{۲۵}} = ۲ = AH$

حل به روش کرامر

۳

دو خط با هم موازی‌اند پس شیب‌شان مساوی است

$۲y - x = ۷ \; , \; ۴y - ax = ۲$

$m = \frac{۱}{۲} \qquad m' = \frac{a}{۴} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow a = ۲ \Rightarrow ۴y - ۲x = ۲ \xrightarrow{\div ۲}$ (I) $۲y - x = ۱$

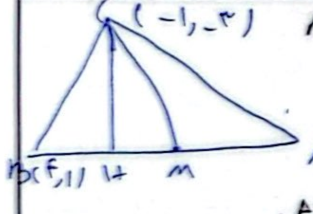
(II) $۲y - x = ۷$

فاصله دو خط برابر با قطر دایره است پس $c = ۵$: $\frac{|c - c'|}{\sqrt{a^۲ + b^۲}} = \frac{|۷ - ۱|}{\sqrt{۴+۱}} = \frac{۶}{\sqrt{۵}} = \frac{۶\sqrt{۵}}{۵}$ = قطر دایره

$\frac{\text{قطر}}{۲} = \text{شعاع} \quad \frac{\frac{۶\sqrt{۵}}{۵}}{۲} = \frac{۶\sqrt{۵}}{۱۰} = \frac{۳\sqrt{۵}}{۵} = r \Rightarrow \text{مساحت} = \pi r^۲ \Rightarrow \boxed{۳٫۱۴ \times (\frac{۳\sqrt{۵}}{۵})^۲ = ۳٫۱۴ \times \frac{۹}{۵} = ۵٫۶۵۲}$

یا $\frac{۹}{۵}\pi$

۴



M = پای میانه ← $M(x,y) \Rightarrow x = \frac{x_A + x_B}{۲} , y = \frac{y_A + y_B}{۲} \Rightarrow x = \frac{۲+۴}{۲} = ۳ \quad y = \frac{۳+۱}{۲} = \quad M(۳,۲)$

$m_{AB} = \frac{۳-۱}{۲-۴} = \frac{۲}{-۲} = -۱$

$m_{CH} = ۱$

CH بر AB عمود است پس $m_{AB} \times m_{CH} = -۱$

$AB \Rightarrow y = -x + b \xrightarrow{A(۲,۳)} ۳ = -۲ + b \Rightarrow b = ۵ \Rightarrow y = -x + ۵$

$CH \Rightarrow y = x + b \xrightarrow{C(-۱,-۳)} , -۳ = -۱ + b \Rightarrow b = -۲ \Rightarrow y = +x - ۲$

$\begin{cases} y = -x + ۵ \\ y = x - ۲ \end{cases} \quad x_H = \frac{۷}{۲} \quad y_H = \frac{۳}{۲} \quad \boxed{MH = \frac{\sqrt{۲}}{۲}}$

$H(\frac{۷}{۲}, \frac{۳}{۲}) , M(۳,۲) \Rightarrow MH = \sqrt{(x_H - x_M)^۲ + (y_H - y_M)^۲} = \sqrt{(\frac{۷}{۲} - ۳)^۲ + (\frac{۳}{۲} - ۲)^۲} = \sqrt{(\frac{۱}{۲})^۲ + (-\frac{۱}{۲})^۲} = \sqrt{\frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۴}} = \sqrt{\frac{۱}{۲}}$

۵

شیب‌های دو خط عمود حاصل‌ضربشان برابر ۱- است

$(۳m - ۲)x + (۵ - m)y - ۷ = ۰ \Rightarrow m = \frac{-a}{b} = \frac{-(۳m-۲)}{(۵-m)}$

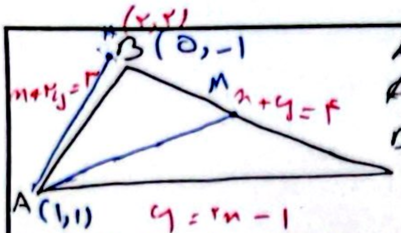
$(m+۱)x + (۲m - ۴)y + ۱ = ۰ \Rightarrow m' = \frac{-(m+۱)}{-(۲m-۴)} = \frac{m+۱}{۲m-۴}$

$m \times m' = -۱ \Rightarrow m' = -\frac{۱}{m} \Rightarrow \frac{m+۱}{۲m-۴} = \frac{-۱}{\frac{-(۳m-۲)}{۵-m}} = \frac{m+۱}{(۲m-۴)} = \frac{-(۵-m)}{-(۳m-۲)} \Rightarrow (۳m-۲)(m+۱) = (۵-m)(۲m-۴)$

$۳m^۲ + m - ۲ = -۲m^۲ + ۱۴m - ۲۰ \Rightarrow ۵m^۲ - ۱۳m + ۱۸ = ۰ \quad \Delta = ۱۶۹ - ۳۶۰ = \Delta = -۱۹۱ \quad \Delta < ۰$

معادله جواب ندارد — به ازای هیچ مقدار m دو خط برهم عمود نیستند.

جاگذاری در معادلات خطوط



$AC = BC \longrightarrow$ نقطه C مختصات آن $\Leftarrow \cancel{y}-۲x+۱=x+\cancel{y}-۴ \quad x_C=\frac{۵}{۳} \Rightarrow y_C=\frac{۷}{۳}$

$AC = AB \longrightarrow$ « « نقطه A $\Leftarrow x+\cancel{۲y}-۳=\cancel{۲y}-۴x+۲ \quad x_A=۱ \Rightarrow y_A=۱$

$BC = AB \Rightarrow$ « « نقطه B $\Leftarrow \cancel{x}+۲y-۳=\cancel{x}+y-۴ \quad y_B=-۱ \Rightarrow x=۵$

$C(\frac{۵}{۳},\frac{۷}{۳}) \quad A(۱,۱), B(۵,-۱), C(\frac{۵}{۳},\frac{۷}{۳})$ ۶

$AC: y=۲x-۱ \rightarrow ۲y=۴x-۲ \quad M \Rightarrow$ وسط BC $\Rightarrow M=\left(\frac{۵+\frac{۵}{۳}}{۲}, \frac{-۱+\frac{۷}{۳}}{۲}\right)=M(\frac{۲۰}{۶},\frac{۴}{۶})$

$AB: x+۲y=۳ \quad AM=\sqrt{(x_A-x_M)^۲+(y_A-y_M)^۲}=\sqrt{(۱-\frac{۲۰}{۶})^۲+(۱-\frac{۴}{۶})^۲}=\frac{\sqrt{۵۰}}{۳}=\frac{۵\sqrt{۲}}{۳}$

$ABC: x+y=۴ \quad AH \longrightarrow$ بر BC عمود است $\quad m_{AH}=\frac{-۱}{m_{BC}} \quad m_{BC}=-۱ \quad m_{AH}=۱$

۲۱۱۶۰

ادامه در آخر تکلیف

$y=mx+c \rightarrow y=mx+c \Rightarrow \sqrt{۲۰}=\frac{|y-mx+c|}{\sqrt{۱+m^۲}}=\frac{|c|}{\sqrt{۱+m^۲}}=\sqrt{۲۰}$

$|c|=\sqrt{۲۰}\sqrt{۱+m^۲}$

$A(x,۰) \quad ,B(۰,y) \xrightarrow{x=۰} A=B(۰,c)$ اگر A محل تقاطع با x ، B محل تقاطع با y باشد

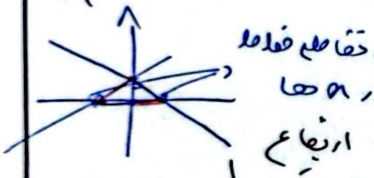
$L, y=۰ \rightarrow ۰=mx+c \rightarrow mx=-c \rightarrow x=\frac{-c}{m} \qquad \frac{\sqrt{۲۰}\sqrt{۱+m^۲}\sqrt{۱+m^۲}}{\quad}=\longrightarrow$ ۷

$A(-\frac{c}{m},۰), B(۰,c) \qquad \Rightarrow \sqrt{۲۰}\frac{(۱+m^۲)}{|m|} \xrightarrow{m=-\frac{۱}{۲}} \sqrt{۲۰}\frac{۱+\frac{۱}{۴}}{\frac{۱}{۲}}=\frac{\frac{۵}{۴}}{\frac{۱}{۲}}\times\sqrt{۲۰}=\boxed{۵\sqrt{۵}}$

$|c|=\sqrt{۲۰}\sqrt{۱+m^۲}$

$AB=\sqrt{(\frac{c}{m})^۲+c^۲}=\sqrt{\frac{c^۲}{m^۲}+c^۲}=\sqrt{c^۲(\frac{۱}{m^۲}+۱)}=|c|\sqrt{\frac{۱}{m^۲}+۱}=|c|\frac{\sqrt{۱+m^۲}}{|m|}$ $\boxed{AB=۵\sqrt{}}$

$y_۱=(۱-m)x+۲ \quad , y_۲=\frac{۴}{m}x+۲ \longrightarrow$ عرض از مبدأ برابر دارند یعنی یکدیگر را در (۰,۲) قطع می‌کنند.



محل ۰ ی تقاطع خط‌ها با محور x ها

$y=(۱-m)x+۲ \xrightarrow{y=۰} \quad , \quad y=\frac{۴}{m}x+۲ \xrightarrow{y=۰}$ ۸

$(۱-m)x=-۲ \quad x_۱=\frac{-۲}{۱-m} \quad \frac{۴}{m}x_۲=-۲ \quad x_۲=-\frac{m}{۲}$ $\boxed{P=-۱\times۳=-۳}$

طول قاعده ارتفاع

$\text{مساحت}=\frac{۱}{۲}\times۲\times|x_۲-x_۱| \rightarrow \frac{۵}{۲}=۱|x_۲-x_۱| \Rightarrow \frac{۵}{۲}=\left|-\frac{m}{۲}-\frac{۲}{m-۱}\right| \quad .P=-۱ \qquad (m-۳)^۲=۰ \quad \boxed{m=۳}$

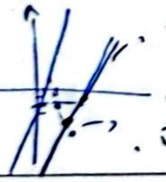
$۵m-۵=m^۲+m-۴ \Rightarrow m^۲+۴m-۱=۰ \quad -۵m+۵=m^۲+m-۴ \Rightarrow m^۲-۶m+۹=۰$

$y=۲x-۳ \quad \dots x(۲,-۲) \quad y=۲x-۳ \longrightarrow x=۱ \ , y=-۱$

$y=۲x-۳$ ی $(۱,-۱) \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به}} (۳,-۳)$

$\underline{x=۰} \rightarrow y=۲(۰)-۳ \ , \ y=-۳ \quad A(۰,-۳)$ روی خط $y=۲x-۳$ $(۲,-۲)$ قرینه ی (۱,−۱) نسبت به (۲,−۲)

دو نقطه روی خط را قرینه کرده و خط گذرا از آنها را قرینه نسبت به (۲,−۲) است.



$M(x,y)$ را می‌نامیم (۲,−۲) قرینه ی (۰,−۳) نسبت به ۹

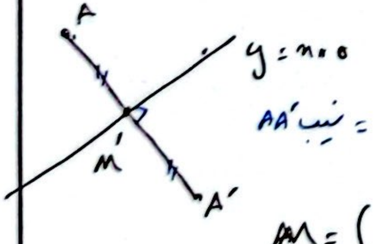
خط گذرا از (۳,−۳),(۴,−۱) را می‌گذرد

$\frac{x+۰}{۲}=۲ \quad x=۴ \rightarrow M(۴,-۱)$ قرینه ی $y=۲x-۳$ نسبت به (۲,−۲)

$\frac{y+۳}{۲}=-۲ , y=-۱ \ / \ m=\frac{۲}{۱} \Rightarrow y=۲x+b \xrightarrow{(۳,-۳)} b=-۹$

$\boxed{y=۲x-۹}$

خط $y=x+۵$ عمود منصف خط AA′ است پس ؛



مطابق شکل، عکس و قرینه ⟵ $-۱=$ شیب AA′

شیب خط داده شده

$\text{شیب } AA'=\frac{۲-b}{۱-a}=-۱ \rightarrow a-۱=۲-b=a+b=۳$ (I) ۱۰

خط $y=x+۵$ از وسط AA′ می‌گذرد پس

$M=\left(\frac{۱+a}{۲},\frac{b+۲}{۲}\right)$

$y=x+۵ \xrightarrow[y=\frac{b+۲}{۲}]{x=\frac{۱+a}{۲}} , \frac{b+۲}{۲}=\frac{۱+a}{۲}+\frac{۱۰}{۲} \rightarrow \frac{b+۲}{۲}=\frac{۱۱+a}{۲}=b+۲=۱۱+a$

$-۹=a-b$ II

$I, II \begin{cases} a+b=۳ \\ a-b=-۹ \end{cases} a+b+a-b=-۹$

$۲a=-۶ \Rightarrow a=-۳ \ , b=۶ \rightarrow ۲b-a=\boxed{۲(۶)-(-۳)=۱۵}$

$m_{AH}=1 \longrightarrow y=x+b \xrightarrow{A(1,1)} 1=1+b \Rightarrow b=0 \quad y_{AH}=x$ ادامه ی ۱۶

AH , BC محل تلاقی $= H \Rightarrow \cancel{y}-x=\cancel{y}+x-۴ \Rightarrow ۲x=۴ \Rightarrow x=۲ \;, y=۲$

$H=(۲,۲) \longrightarrow AH=\sqrt{(۲-۱)^۲+(۲-۱)^۲}=\sqrt{۲} \Rightarrow \frac{AM}{AH} \xrightarrow[AH=\sqrt{۲}]{AM=\frac{۵\sqrt{۲}}{۳}}$

$$\frac{AM}{AH}=\frac{\frac{۵\sqrt{۲}}{۳}}{\frac{\sqrt{۲}}{۱}}=\frac{۵\sqrt{۲}}{۳\sqrt{۲}}=\frac{۵}{۳} \Rightarrow \frac{AM}{AH}=\frac{۵}{۳}$$