محمدامین صبری — تکلیف ۱۶ — ۱۸/۷۵ — یازدهم B

۱ (۲)

وسط B,A $\longrightarrow C\left(\frac{4+2}{2},\frac{8-6}{2}\right)=C(3,1)$ $\quad m_{AB}=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{8-(-6)}{2-4}=\frac{14}{-2}=-7$

$\Rightarrow m'\cdot m_{AB}=-1\Rightarrow m'=\frac{1}{7}\Rightarrow y=\frac{1}{7}x+b\xrightarrow{C(3,1)}1=\frac{3}{7}+\frac{4}{7}\Rightarrow y=\frac{1}{7}x+\frac{4}{7}$ ✓

۲ (۲)

$BC=\sqrt{(-1-(-4))^2+(3-7)^2}=\sqrt{9+16}=5$ ✓

$m_{BC}=\frac{7-3}{-4-(-1)}=\frac{4}{-3}\quad m'\cdot m_{BC}=-1\Rightarrow m'=\frac{3}{4}\Rightarrow y=\frac{3}{4}x+b\xrightarrow{A(3,1)}1=\frac{3}{4}\times3+b$

$\Rightarrow b=-\frac{5}{4}\Rightarrow y=\frac{3}{4}x-\frac{5}{4}\quad\rightarrow y=-\frac{4}{3}x+b\xrightarrow{C(-1,3)}3=\frac{4}{3}+b\Rightarrow b=\frac{5}{3}\Rightarrow y=-\frac{4}{3}x+\frac{5}{3}$

$\begin{cases}y=-\frac{4}{3}x+\frac{5}{3}\\ y=\frac{3}{4}x-\frac{5}{4}\end{cases}\Rightarrow -\frac{4}{3}x+\frac{5}{3}=\frac{3}{4}x-\frac{5}{4}\Rightarrow-16x+20=9x-15\Rightarrow25x=35\Rightarrow x=\frac{7}{5}$

$\Rightarrow y=\frac{3}{4}\times\frac{7}{5}-\frac{5}{4}=\frac{21}{20}-\frac{25}{20}=-\frac{4}{20}=-\frac{1}{5}\Rightarrow H\left(\frac{7}{5},-\frac{1}{5}\right)\Rightarrow AH=\sqrt{\left(\frac{15}{5}-\frac{7}{5}\right)^2+\left(\frac{5}{5}+\frac{1}{5}\right)^2}=\sqrt{\frac{64}{25}+\frac{36}{25}}$

$=\sqrt{4}=2$ ✓ $\Rightarrow BC-AH=5-2=3$ ✓

۳ (۲)

$\begin{cases}4y-3x-14=0\\ 4y-ax-2=0\end{cases}\Rightarrow a=3\Rightarrow$ فاصله دو خط $=\frac{|-14-(-2)|}{\sqrt{4^2+3^2}}=\frac{12}{2\sqrt5}=\frac{6}{\sqrt5}=2r\Rightarrow r=\frac{3}{\sqrt5}$

$\Rightarrow S=r^2\pi=\left(\frac{3}{\sqrt5}\right)^2\pi=\frac{9}{5}\pi=1/8\pi$ ✓

~~۴~~ ۵ (۲)

$\Rightarrow(m-5)y=(3m-2)x-7\Rightarrow y=\left(\frac{3m-2}{m-5}\right)x-\frac{7}{m-5}$

$\Rightarrow(2m-4)y=(m+1)x+1\Rightarrow y=\left(\frac{m+1}{2m-4}\right)x+\frac{1}{2m-4}$

$m_1\cdot m_2=-1\Rightarrow\frac{3m-2}{m-5}\times\frac{m+1}{2m-4}=-1$

$\Rightarrow\frac{3m^2+m-2}{2m^2-14m+20}=-1\Rightarrow3m^2+m-2=-2m^2+14m-20\Rightarrow5m^2-13m+18=0$

$\Delta<0\Rightarrow$ به ازای هیچ مقدار m ✓

~~۵~~ ۶ (۲/۵)

~~[crossed out]~~ $m_{AB}=\frac{3-1}{2-4}=\frac{2}{-2}=-1\Rightarrow y=-x+b\xrightarrow{A(2,3)}3=-2+b\Rightarrow b=5\Rightarrow y=-x+5$

$m'\cdot m_{AB}=-1\Rightarrow m'\cdot-1=-1\Rightarrow m'=1\Rightarrow y=x+b\xrightarrow{C(-1,-3)}-3=-1+b\Rightarrow b=-2\Rightarrow y=x-2$ ✓

$\begin{cases}y=x-2\\ y=-x+5\end{cases}\Rightarrow x-2=-x+5\Rightarrow2x=7\Rightarrow x=\frac{7}{2}\Rightarrow y=\frac{3}{2}\Rightarrow CH=\sqrt{\left(-1-\frac{7}{2}\right)^2+\left(-3-\frac{3}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{81}{4}+\frac{81}{4}}=\sqrt{81}=\frac{9}{\sqrt2}$ (دقت!)

$M\left(\frac{4+2}{2},\frac{1+3}{2}\right)=M(3,2)$ ✓ $\Rightarrow CM=\sqrt{(-1-3)^2+(-3-2)^2}=\sqrt{16+25}=\sqrt{41}\quad CH^2+HM^2=CM^2\Rightarrow81+HM^2=41$

$\Rightarrow HM^2=40\Rightarrow HM=2\sqrt{10}$ $\qquad\frac{81}{2}+MH^2=41\rightarrow MH=\frac{\sqrt2}{2}$ $\qquad$ اصلاً جواب نداره

۴

$\begin{cases} y=\frac{-x+۴}{۲} \\ y=۲x-۱ \end{cases} \Rightarrow ۲x-۱=\frac{-x+۴}{۲} \Rightarrow ۴x-۲=-x+۴ \Rightarrow ۵x=۵ \Rightarrow x=۱ \Rightarrow y=۱ \Rightarrow A(۱,۱)$ (۲)

$\begin{cases} y=\frac{-x+۴}{۲} \\ y=-x+۶ \end{cases} \Rightarrow -x+۶=\frac{-x+۴}{۲} \Rightarrow -۲x+۱۲=-x+۴ \Rightarrow x=۸ \Rightarrow y=-۱ \Rightarrow B(۸,-۱)$

$\begin{cases} y=۲x-۱ \\ y=-x+۶ \end{cases} \Rightarrow ۲x-۱=-x+۶ \Rightarrow ۳x=۷ \Rightarrow x=\frac{۷}{۳} \Rightarrow y=\frac{۱۱}{۳} \Rightarrow C(\frac{۷}{۳},\frac{۱۱}{۳})$

$\Rightarrow M(\frac{۸+\frac{۷}{۳}}{۲},\frac{-۱+\frac{۱۱}{۳}}{۲}) \Rightarrow M(\frac{۱۰}{۳},\frac{۴}{۳})$

$AM=\sqrt{(\frac{۱۰}{۳}-۱)^۲+(۱-\frac{۴}{۳})^۲}=\sqrt{\frac{۴۹}{۹}+\frac{۱}{۹}}=\sqrt{\frac{۵۰}{۹}}=\frac{۵\sqrt{۲}}{۳}$ $m_{BC}=\frac{\frac{۱۱}{۳}-(-۱)}{\frac{۷}{۳}-۸}=\frac{۱۴}{-۱۷}=-۱$ $m_{BC}\cdot m'=-۱ \Rightarrow m'=۱ \Rightarrow y=x+b$

$A(۱,۱) \rightarrow ۱=۱+b \Rightarrow b=۰ \Rightarrow y=x$ $\Rightarrow x=-x+۶ \Rightarrow ۲x=۶ \Rightarrow x=۳ \Rightarrow y=۳ \Rightarrow AH=\sqrt{(۳-۱)^۲+(۳-۱)^۲}=\sqrt{۸}$

$y=-x+۶$ $\Rightarrow \frac{AM}{AH}=\frac{\frac{۵\sqrt{۲}}{۳}}{\sqrt{۸}}=\frac{۵}{۶}$ ✓

۷

$y=-\frac{۱}{۲}x+b \Rightarrow y+\frac{۱}{۲}x-b=۰ \Rightarrow \frac{|b|}{\sqrt{۱^۲+(\frac{۱}{۲})^۲}}=\frac{|b|}{\frac{\sqrt{۵}}{۲}}=\frac{۲|b|}{\sqrt{۵}}=\sqrt{۲۰} \Rightarrow ۲|b|=\sqrt{۱۰۰}=۱۰$ (۲)

$\Rightarrow |b|=۵$

$y=-\frac{۱}{۲}x+۵$ ✓
- $y=۰ \Rightarrow x=۱۰$
- $x=۰ \Rightarrow y=۵$

$\Rightarrow AB=\sqrt{(۰-۵)^۲+(۱۰-۰)^۲}=\sqrt{۲۵+۱۰۰}=\sqrt{۱۲۵}=۵\sqrt{۵}$ ✓

$y=-\frac{۱}{۲}x-۵$
- $y=۰ \Rightarrow x=-۱۰$
- $x=۰ \Rightarrow y=-۵$

$\Rightarrow AB'=\sqrt{(-۵-۰)^۲+(۰-(-۱۰))^۲}=\sqrt{۲۵+۱۰۰}=\sqrt{۱۲۵}=۵\sqrt{۵}$ ✓

۸

$\Rightarrow \begin{cases} y=(۱-m)x+۲ \\ y=\frac{۴x+۲m}{m}=\frac{۴}{m}x+۲ \end{cases} \rightarrow (۱-m)x+۲=\frac{۴}{m}x+۲ \Rightarrow (\frac{۴}{m}+m-۱)x=۰ \xrightarrow{\times m} (\underbrace{۴-m+m^۲}_{\Delta<۰})x=۰ \Rightarrow x=۰$ (۱,۵)

$\Rightarrow y=۲=b$

$y=۰ \Rightarrow \begin{cases} (۱-m)x+۲=۰ \Rightarrow (۱-m)x=-۲ \Rightarrow x=\frac{۲}{m-۱} \\ \frac{۴}{m}x+۲=۰ \Rightarrow \frac{۴}{m}x=-۲ \Rightarrow ۴x=-۲m \Rightarrow x=-\frac{m}{۲} \end{cases}$

$\Rightarrow S=\frac{۲\times|\frac{۲}{m-۱}-(-\frac{m}{۲})|}{۲}=\frac{۵}{۲}$

$\Rightarrow |\frac{۴+m^۲-m}{۲m-۲}|=\frac{۵}{۲} \Rightarrow ۲m^۲-۲m+۸=۱۰m-۱۰ \Rightarrow ۲m^۲-۱۲m+۱۸=۰ \Rightarrow m^۲-۶m+۹=(m-۳)^۲=۰$

$\Rightarrow m=۳$ ✓

$m^۲+۴m-۱=۰ \xrightarrow{\Delta>۰} \frac{c}{a}=-۱$

$\Rightarrow -۳$

۹

$y=۲x-۴ \Rightarrow x=۰ \Rightarrow y=-۴ \rightarrow$ (۰,-۴) وقت!

$\frac{۰+x}{۲}=۲ \Rightarrow x=۴$ $\frac{-۴+y}{۲}=-۲ \Rightarrow y=\alpha-۱$

$y=۲x+b \xrightarrow{(۴,-۷)} \alpha=۲(۴)+b \Rightarrow b=-\alpha \Rightarrow y=۲x-۹$

$\alpha=-۱$ $-\alpha=-۹$

۱۰

$m\cdot m'=-۱ \Rightarrow ۱\times m'=-۱ \Rightarrow m'=-۱ \Rightarrow y=-x+c \xrightarrow{A(۱,۲)} ۲=-۱+c \Rightarrow c=۳ \Rightarrow y=-x+۳$ (۲)

$\begin{cases} y=-x+۳ \\ y=x+a \end{cases} \Rightarrow x+a=-x+۳ \Rightarrow ۲x=۳-a \Rightarrow x=-۱ \Rightarrow y=۴ \Rightarrow \frac{۱+a}{۲}=-۱ \Rightarrow a=-۳$ ✓

$\Rightarrow \frac{۲+b}{۲}=۴ \Rightarrow b=۶$ ✓ $\Rightarrow ۲b-a=۱۲-(-۳)=۱۵$ ✓