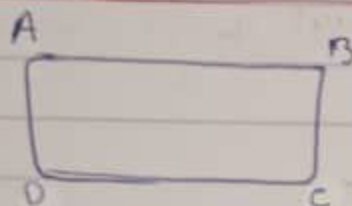


$$m_{AB} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{K - m}{-2 - 4} = \frac{K - m}{-6} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{K - m}{3} = 1 \Rightarrow K - m = 3$$

$$AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} = \sqrt{4^2 + (K - m)^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$$

$$AB^2 = (\sqrt{25})^2 = 25 \Rightarrow S_{\text{مربع}} = 25$$



$$\Rightarrow x_A + x_C = x_D + x_B \Rightarrow -1 + x = -1 - x + 3$$

$$\Rightarrow 2x = 3 \Rightarrow x = 1.5$$

$$\Rightarrow y_A + y_C = y_D + y_B \Rightarrow 4 + y = y + 3 + 1$$

$$AB = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 = DC = \sqrt{(1 + x)^2 + 3^2} \Rightarrow x = \frac{3}{4}$$

$$AD = BC = \sqrt{x^2 + (y - 1)^2} = \sqrt{(3 - x)^2 + (y - 1)^2} = \sqrt{\frac{9}{4} + (y - 1)^2}$$

$$\text{محيط مستطیل: } 2\left(\frac{3}{4}\right) + 2\sqrt{\frac{9}{4} + (y - 1)^2} = 3 + 2\sqrt{\frac{9}{4} + (y - 1)^2}$$

$$2mx + (m^2 - 1)y = 3 \Rightarrow (m^2 - 1)y = -2mx + 3 \Rightarrow a = \frac{-2m}{m^2 - 1}$$

$$\sin \alpha = a = \tan \alpha \Rightarrow a = \tan \alpha = \sqrt{3} = \frac{-2m}{m^2 - 1} \Rightarrow \sqrt{3}m^2 - \sqrt{3} + 2m = 0$$

$$\text{فاصله از مرکز} = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{4 - 4(\sqrt{3})(-\sqrt{3})}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3} \leftarrow \text{اختلاف مقادیر } m$$

C(0,1) B(2,2) A(1,4) BC خط و A نقطه از آن AH ارتفاع

$$m_{BC} = \frac{2 - 1}{2 - 0} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \quad y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y - 2 = \frac{1}{2}(x - 2)$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2}x - 1 + 2 \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + 1 \Rightarrow \frac{1}{2}x - y + 2 = 0$$

$$\Rightarrow AH = 2\sqrt{5}$$

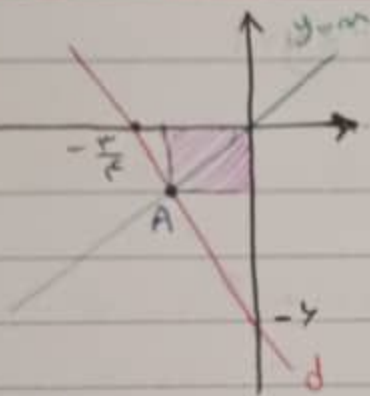
$$AH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|2(1) - (4) + 2|}{\sqrt{5}} = \frac{0}{\sqrt{5}} = 0$$

طول ارتفاع BH یعنی فاصله نقطه B از AC

$$\begin{aligned} BC: 2y - 7x &= -19 \\ AB: y + 7x &= 7 \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} -2y + 7x = 19 \\ 2y + 7x = 14 \end{cases} \Rightarrow 14x = 33 \Rightarrow x = \frac{33}{14} \Rightarrow y = 1$$

B $\left| \begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix} \right|$ AC: $5y - 7x = 14 \Rightarrow BH = \frac{5}{\sqrt{25}}$

$$BH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|-2(\frac{33}{14}) + 7(1) - 19|}{\sqrt{25}} = \frac{|-9 + 7 - 19|}{5} = \frac{|-21|}{5} = \frac{21}{5} = \frac{42}{10}$$



$$\Rightarrow m_d = \frac{-4 - (-2/3)}{0 - (-2/3)} = \frac{-4 + 2/3}{2/3} = -1$$

$$d: y = -1x - 4$$

$$A: \begin{cases} y = x \\ y = -1x - 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = x \\ -y = 1x + 4 \end{cases} \Rightarrow 9x + 4 = 0 \Rightarrow 9x = -4 \Rightarrow x = -4/9$$

$$A \left| \begin{matrix} -2/3 \\ -2/3 \end{matrix} \right| \Rightarrow \text{قطر مربع} = A, \text{فاصله} = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2} \Rightarrow y = -\frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \text{قطر مربع} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

چون دو ضلع مقابل بهم یک مستطیل روی این دو خط هستند یعنی دو خط بهم موازی هستند

$$\begin{cases} y - ax = 1 \\ ay - x = a - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y - ax - 1 = 0 \\ ay - x - a + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{a} = \frac{-a}{-1} \neq \frac{-1}{-a+1}$$

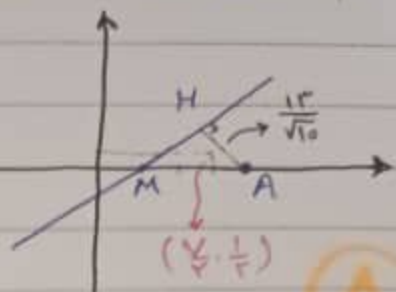
$$\Rightarrow a^2 = 1 \Rightarrow a = \pm 1 \Rightarrow \begin{cases} a=1: y-x-1=0 & y-x=0 & \checkmark \\ a=-1: -y-x+2=0 & y+x-1=0 & \times \end{cases}$$

$$\begin{cases} y-x=1 \\ y-x=0 \end{cases} \Rightarrow \text{فاصله} = \frac{|c-c'|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + d^2 = \Delta^2$$

$$\Rightarrow d = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow d = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad S = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \Delta$$

ابتدا فاصله نقطه $A(4,0)$ از خط $x-3y=1$ را می یابیم:

$$\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{|1(4)-3(0)-1|}{\sqrt{10}} = \frac{13}{\sqrt{10}} \quad M!$$



ارتفاع h (دور آسن روی خط) طولی برابر داشته باشد و راس A تا آن خط فاصله d داشته باشد، مساحت مثلث با قاعده d و ارتفاع h برابر است با:

$$S = \frac{1}{2} d h \xrightarrow{h=d} \frac{1}{2} d \cdot d = \frac{d^2}{2} \Rightarrow S = \frac{1}{2} \left(\frac{13}{\sqrt{10}} \right)^2 = \frac{1}{2} \times \frac{169}{10} = \frac{169}{20}$$

با توجه به اینکه دو نقطه روی خط قرار دارند، شیب خط برابر $\sqrt{3}$ داریم:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \sqrt{3} = \frac{a-b}{-\frac{1}{4}} \Rightarrow \sqrt{3} = 4(b-a) \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{4} = b-a$$

$$\text{فاصله دو نقطه} \rightarrow \text{طول ضلع مربع} : \sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^2 + (b-a)^2} = \sqrt{\frac{1}{16} + \frac{3}{16}} = \sqrt{\frac{4}{16}} = \frac{1}{2}$$

$$\text{طول قطر مربع} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \text{طول ضلع مربع} \times \sqrt{2} = \text{طول قطر مربع}$$

دایره با مرکز مبدأ و شامل نقطه $(-3, -4)$ است، در نتیجه شعاع دایره ۵ است. خط مماس بر دایره در این نقطه بر شعاع عمود است، پس معادله خط ما:

$$-3(x+3) - 4(y+4) = 0 \Rightarrow 3x + 4y + 25 = 0 \Rightarrow \frac{\text{شیب}}{\text{خط}} = \frac{-3}{4} \Rightarrow \frac{\text{شیب}}{\text{شعاع}} = \frac{4}{3}$$

این خط چون مماس بر دایره است، فاصله اش از مرکز باید برابر شعاع یعنی ۵ باشد:

$$3x - 4y + 25 = 0 \quad \text{فاصله از مرکز} : \frac{|3b|}{5} = 5 \Rightarrow |b| = \frac{25}{3} \Rightarrow b = \frac{25}{3}$$

چون نقطه قاطع در ربع دوم است $(x < 0, y > 0)$ ، $b > 0$.

$$\begin{cases} 3x + 4y + 25 = 0 \\ y = \frac{4}{3}x + \frac{25}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x + 4y + 25 = 0 \\ 4x + 25 - 3y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9x + 12y + 75 = 0 \\ 12x + 100 - 12y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 25x = -175 \Rightarrow x = -7 \\ y = -1 \end{cases}$$

Arman

حاصل ضرب طول و عرض نقاط بر هم در وسط: $(-7) \times (-1) = 7$