۱۶/۵

نام و نام خانوادگی ..[illegible].. پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره .... کلاس ....

۱ (۲)

$A(-2,k)\quad B(4,m)\quad m=\frac{\Delta y}{\Delta x}=-\frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{1}{2}x+b=y \Rightarrow x=-2 \Rightarrow 1+b=k$

$x=4 \Rightarrow -2+b=m \Rightarrow \begin{cases}1+b=k\\ -2+b=m\end{cases} \Rightarrow \begin{matrix}1+b=k\\ 2-b=-m\end{matrix} \Rightarrow 3=k-m$ ⇐ حل در سوال به ما Δy را داده چون سوال حل شد

$\Rightarrow |AB|=\sqrt{(x_A-x_B)^2+(y_A-y_B)^2} \Rightarrow \sqrt{(6)^2+(3)^2}=\sqrt{45}$

$\Rightarrow S=(AB)^2 \Rightarrow (\sqrt{45})^2=45$ مساحت مربع

۲ (۲)

$A(-1,4)\quad B(3,1)\quad C(x,y)\quad D(-1-x,y+3)\qquad m_{AB}=\frac{1-4}{3-(-1)}=-\frac{3}{4}$

$m_{CD}=\frac{y+3-y}{-1-x-x} \Rightarrow -\frac{3}{2x+1} \Rightarrow -\frac{3}{4}=-\frac{3}{2x+1} \Rightarrow 4=2x+1 \Rightarrow x=1/5$ (موازی بودن)

$m_{BC}=\frac{y-1}{1/5-3}\qquad m_{AD}=\frac{4-y-3}{-1+2/5} \Rightarrow m_{BC}=m_{AD}$ (موازی بودن) $\Rightarrow \frac{y-1}{-1/5}=\frac{1-y}{1/5} \Rightarrow y-1=-(1-y) \Rightarrow y-1=y-1 \Rightarrow 0=$

متناقض با وضعیت مستطیل چون خط CD باید روی [illegible] باشد ⇐ $y=-1$ حاصل است ⇐ $C=(1/5,-1)$, $D=(-2/5,2)$

$|AB|=\sqrt{(3-(-1))^2+(1-4)^2} \Rightarrow 5$

$|BC|=\sqrt{(1/5-3)^2+(-2)^2} \Rightarrow 2/5 \Rightarrow$ محیط $=\underset{2(5)}{10}+\underset{2(2/5)}{5}=15$

۳ (۰)

$mx+(m^2-1)y=3 \Rightarrow \theta=60^\circ \Rightarrow \tan\theta=\sqrt{3} \Rightarrow (m^2-1)y=3-mx \Rightarrow y=\frac{-m}{m^2-1}x+\frac{3}{m^2-1}$

$\Rightarrow \tan\theta=\frac{\pm 2m}{m^2-1} \Rightarrow \frac{-m}{m^2-1}=\sqrt{3} \Rightarrow -m=\sqrt{3}(m^2-1) \Rightarrow \sqrt{3}m^2-m-\sqrt{3}=0$

$\Delta \Rightarrow \frac{1\pm\sqrt{(-1)^2-4(\sqrt{3})(-\sqrt{3})}}{2\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{1\pm\sqrt{13}}{2\sqrt{3}} \Rightarrow m_1=\frac{1+\sqrt{13}}{2\sqrt{3}}\quad m_2=\frac{1-\sqrt{13}}{2\sqrt{3}} \Rightarrow m_1+m_2=\ldots$

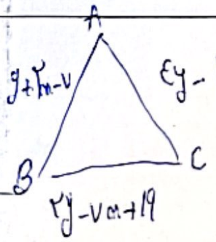
البته از طریق $-\frac{b}{a}$ هم می توان پیش رفت...

۴ (۲)

$A(1,6),\ B(3,2),\ C(7,11) \Rightarrow m_{BC} \Rightarrow \frac{\Delta y}{\Delta x} \Rightarrow \frac{8}{4} \Rightarrow 2 \Rightarrow 2x+b=y \Rightarrow x=3 \Rightarrow 6+b=3 \Rightarrow b=-3$

$\Rightarrow 2x-3=y \Rightarrow$ فاصله A تا BC $\rightarrow \frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}} \Rightarrow \frac{|2-9-3|}{\sqrt{5}} \Rightarrow \frac{10}{\sqrt{5}}=2\sqrt{5}$

۵ (۲)



B نقطه $\begin{cases}y+2x-7=0\\ 2y-7x+19=0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}-2y-4x+14=0\\ 2y-7x+19=0\end{cases} \Rightarrow -11x+33=0 \Rightarrow x=3$

$\Rightarrow y=1 \Rightarrow B\,|^{3}_{1} \rightarrow$ فاصله B از AC $\quad \frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{22}{5}=4/4$

۶ (۰/۵)

$A(-\frac{3}{4}, 0)$ $B(0, -6) \Rightarrow D = ax + b \Rightarrow b = -6 \Rightarrow ax - 6 = y \Rightarrow a = -\frac{3}{4} \Rightarrow$

$-\frac{3}{4}a - 6 = 0 \Rightarrow -\frac{3}{4}a = 6 \Rightarrow a = 8 \Rightarrow -8x - 6 = y \Rightarrow 8x + 6 + y = 0 = D$

(منفی یادم رفت)

$\Rightarrow D \text{ dist } i_{\text{مبدا}} \Rightarrow \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \Rightarrow \frac{6}{\sqrt{65}} \times \frac{\sqrt{65}}{\sqrt{65}} \Rightarrow \frac{6\sqrt{65}}{65}$

---

۷ (۲)

$A = y - ax = 1$, $B = ay - x = a - 1 \Rightarrow \begin{cases} y - ax - 1 = 0 \\ ay - x - a + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow a = 1 \Rightarrow \begin{cases} y - x - 1 = 0 \\ y - x = 0 \end{cases}$

به تنظیم نیازی به نتایجی (۱و۲) نبود فقط برای اطمینان که بفهمیم صدق می‌کند یا خطا یا نه برابر می‌شود

$AB \Rightarrow \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|1|}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}$ $D = \text{قطر} = 5 \Rightarrow 25 = \frac{1}{2} + x^2 \Rightarrow x^2 = \frac{49}{2}$

$\Rightarrow x = \frac{7}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{7}{\sqrt{2}} = \frac{7}{2} = 3/5$

---

۸ (۲)

$A(4, 0)$ $L = x - 3y = 1 \Rightarrow L\,t\,A = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \Rightarrow \frac{3}{\sqrt{10}}$

$B(3t + 1, t) \Rightarrow \sqrt{(4 - (1 + 3t))^2 + (t)^2} = \frac{9}{10} \Rightarrow 10t^2 - 18t + 9 = \frac{9}{10} \Rightarrow 100t^2 - 180t + 90 = 9$ (فاصله A تا B)

$\Rightarrow 100t^2 - 180t + 81 = 0 \Rightarrow (10t - 9)^2 = 0 \Rightarrow t = \frac{9}{10} \Rightarrow x_B = 3/7$ $y_B = 0/9$

$C(1 + 3t, t) \Rightarrow BC = \sqrt{(1 + 3t - 3/7)^2 + (t - 0/9)^2} \Rightarrow |BC| = \frac{3}{\sqrt{10}}(0/9 - t)$

فرض C به سمت نقطه (۱و۰) نزدیک شود بیشینه فاصله BC $t = 0$ بزرگتر می‌شود

$P(\frac{7}{4}, \frac{1}{4}) \Rightarrow 0 < t < \frac{45}{100} \Rightarrow BC_{max} = \frac{3}{\sqrt{10}} \times \frac{9}{10}$

$\Rightarrow S = \frac{1}{2} \times \frac{3}{\sqrt{10}} \times \frac{9}{10} \times \frac{3}{\sqrt{10}} = 1/35$

---

۹ (۲)

$\Delta = \sqrt{3}x + p = y \Rightarrow A(-\frac{1}{3}, b)$ $B(-\frac{1}{2}, a) \Rightarrow \begin{cases} -\frac{\sqrt{3}}{3} + p = b \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} + p = a \end{cases} \Rightarrow a - b = \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{6}$

(عرض از مبدا)

$|AB| = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} \Rightarrow \sqrt{(-\frac{1}{3} + \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{36}}$ $(-\frac{1}{6})$ $\Rightarrow \frac{1}{36} + \frac{3}{36} = \frac{4}{36} \Rightarrow |AB| = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

$\Rightarrow$ (مثلث با اضلاع $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{6}$) $\Rightarrow \frac{1}{9} + \frac{1}{9} = \frac{2}{9} \Rightarrow \text{قطر} = \frac{\sqrt{2}}{3}$

---

۱۰ (۲)

نقطه قرینه $= (-6, -4)$ فاصله t تا $(0, 0) \Rightarrow r = \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2} = 5 \Rightarrow m_{\text{شعاع}} = \frac{-4 - 0}{-3 - 0} = \frac{4}{3}$

$m_{\text{خط مماس}} = -\frac{3}{4} \Rightarrow L = y + 4 = -\frac{3}{4}(x + 3) \Rightarrow L_{\text{عمود بر}} = m = \frac{4}{3} \Rightarrow y = \frac{4}{3}x + b$

فاصله مبدا از خط t $= \frac{|b|}{\sqrt{1^2 + (\frac{4}{3})^2}} = 5$ (چون با اندازه قطر دایره نیز نوشتم) $\Rightarrow \sqrt{1 + \frac{16}{9}} \Rightarrow \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{|b|}{\frac{5}{3}} = 5 \Rightarrow |b| = \frac{25}{3}$

$b = \frac{25}{3}$ (با مثبت) $\Rightarrow L = y + 4 = -\frac{3}{4}(x + 3)$ $\perp L = y = \frac{4}{3}x + \frac{25}{3} \Rightarrow \frac{4}{3}x + \frac{25}{3} + \frac{12}{3} = -\frac{3}{4}(x + 3)$

پس منفی آن نمی‌شود

$\Rightarrow \frac{4}{3}x + \frac{37}{3} = -\frac{3}{4}x - \frac{9}{4} \Rightarrow x = -7$ $y = -1$

$xy = (-7)(-1) = 7$

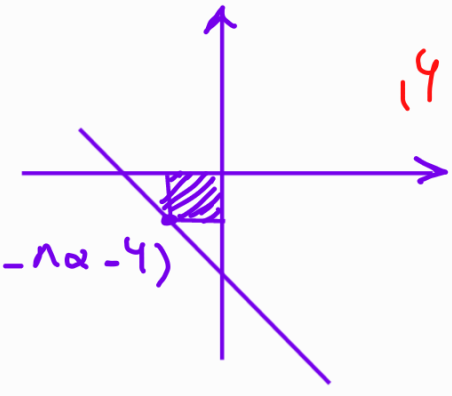
۱۳

$$\text{شیب} = \frac{2m}{1-m^2} = \tan 60 = \sqrt{3} \rightarrow \sqrt{3}m^2 + 2m - \sqrt{3} = 0$$

$$\text{اختلاف مقادیر } m \text{ (ریشه‌ها)} = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

۱۶

$$m = \frac{-6}{\frac{3}{4}} = -8 \rightarrow y = -8x - 6$$



مختصات A را با توجه به معادله خط بدست میاریم ← $A(\alpha, -8\alpha - 6)$

وچون روی مربع قرار داره یعنی طول و عرضش باهم برابرند

$$-8\alpha - 6 = \alpha \rightarrow \alpha = -\frac{2}{3} \rightarrow \text{طول ضلع} = \frac{2}{3}$$

$$\text{قطر مربع} = \sqrt{2}\,\text{ضلع} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$