

۱۹، ۷۵

نام و نام خانوادگی: پایتختی تشریحی تکلیف شماره ۲ کلاس: پایه: بهار

برای تابعی بودن باید در بر اثر که مرده منق باشد شکل شود.

$$2x^2 + y^2 - 2x + 4y + K = 0$$

در نتیجه تنها یک نقطه در آن صق می کند:

$$2(x^2 - 2x) + y^2 + 4y + K = 0$$

$$2(x^2 - 2x + 1) + (y^2 + 4y + 4) - 11 + K = 0 \Rightarrow 2(x-1)^2 + (y+2)^2 + (-11+K) = 0$$

همه بر اثر صق

$$x=1 \Rightarrow K=11 \quad y=-2$$

۱
۲

f تابع است پس x=a یک جواب دارد:

$$a^2 + 2a = 3a + 2 \Rightarrow a^2 + a - 2 = 0 \Rightarrow (a+2)(a-1) = 0 \Rightarrow a = -2 \text{ غقون} \quad a = 1 \checkmark$$

a=1 $\Rightarrow f(1) = 1^2 + (2 \cdot 1) = 5$
 $\Rightarrow (2 \cdot 1) + 1 + 2 = 5$

$f(1) = 5 \checkmark$

۲
۲

$|x+1| \geq 2 \Rightarrow x+1 \geq 2 \Rightarrow x \geq 1$
 $x+1 \leq -2 \Rightarrow x \leq -3$

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - b & ; x \geq 1 \\ 2x + a & ; -3 \leq x \leq -1 \end{cases}$$

۳
۲

$\Rightarrow 2x^2 - b = 2x + a \Rightarrow 11 - b = -9a \Rightarrow 24 = a + b \checkmark$

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{4x-a} &\Rightarrow 4x-a \geq 0 \Rightarrow x \geq \frac{a}{4} \\ \sqrt{b-3x} &\Rightarrow b-3x \geq 0 \Rightarrow x \leq \frac{b}{3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{a}{4} = \frac{b}{3}$$

۴
۲

$\frac{b}{a} = \frac{3}{4} = \frac{1}{\frac{4}{3}} \checkmark$

الف) $y = \sqrt{\frac{x+1}{x-3}} + \sqrt{\frac{4-x}{x^2+2x+4}}$

$\frac{x+1}{x-3} \geq 0 \Rightarrow \frac{1}{-3} \leq \frac{3}{x-3} \Rightarrow x \geq 3$
 $\frac{4-x}{x^2+2x+4} \geq 0 \Rightarrow \frac{4}{x^2+2x+4} \geq 0 \Rightarrow x \leq 4$

۲
۲

ب) $y = \sqrt{x-4} + \sqrt{4-x}$

$x-4 \geq 0 \Rightarrow x \geq 4$
 $4-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 4$
 $\Rightarrow D_f = \{4\}$

۲
۲

9 (ب) $\frac{-3}{+} \frac{-2}{-} \frac{-1}{+} \frac{0}{-} \frac{1}{+} \frac{2}{-} \frac{3}{+}$ $Df = (-\infty, -3) \cup [-2, -1) \cup [1, 2) \cup [3, +\infty)$ ✓

الف) $y = \sqrt{\frac{x^2 - x - 4}{x^2 - 13x^2 + 34}} \Rightarrow \frac{x^2 - x - 4}{x^2 - 13x^2 + 34} \geq 0 \Rightarrow \frac{(x-2)(x+2)}{(x^2-4)(x^2-9)} \geq 0 \Rightarrow \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x+2)(x-3)(x+3)} \geq 0$
 $\frac{-3}{+} \frac{-2}{-} \frac{-1}{+} \frac{0}{-} \frac{1}{+} \frac{2}{-} \frac{3}{+} \Rightarrow Df = (-\infty, -3) \cup (-2, 3) \cup (3, +\infty)$ ✓

ب) $y = \sqrt{\frac{x^3 - 2x^2 - 5x + 4}{x^3 - 2x^2 - 5x + 4}} \Rightarrow \frac{(x-1)(x^2 - x - 4)}{(x+1)(x^2 + x - 4)} \geq 0 \Rightarrow \frac{(x-1)(x-2)(x+2)}{(x+1)(x+3)(x-2)} \geq 0$

الف) $y = \sqrt{[x] - 2} \rightarrow [x] - 2 \geq 0 \Rightarrow [x] \geq 2 \Rightarrow x \leq -2 \quad Df = (-\infty, -2]$ ✓

ب) $y = \frac{5x^2 + 4}{[x]^2 - [x] - 2} \rightarrow [x]^2 - [x] - 2 \neq 0 \Rightarrow ([x]-2)([x]+1) \neq 0$

$\Rightarrow \begin{cases} [x] \neq 2 \Rightarrow x \neq [2, 3) \\ [x] \neq -1 \Rightarrow x \neq [-1, 0) \end{cases} \Rightarrow Df = (-\infty, -1) \cup [0, 2) \cup [3, +\infty)$ ✓

الف) $y = \frac{\cot x + 1}{\tan x + 1} \Rightarrow \frac{\frac{\sin x}{\cos x} + 1}{\frac{\cos x}{\sin x} + 1} \Rightarrow \begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \\ \tan x \neq -1 \end{cases} \Rightarrow x \neq \left\{ \frac{k\pi}{2} \right\}$
 $\Rightarrow Df = \mathbb{R} - \left\{ \frac{k\pi}{2}, k\pi - \frac{\pi}{4} \right\}$ ✓

$y = \sqrt{1 - \frac{1}{2}\sin^2 x} \rightarrow 1 - \frac{1}{2}\sin^2 x \geq 0 \Rightarrow \sin^2 x \leq \frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{1}{\sqrt{2}} \leq \sin x \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$
 $Df = \left[2k\pi - \frac{\pi}{4}, 2k\pi + \frac{\pi}{4} \right] \cup \left[2k\pi + \frac{3\pi}{4}, 2k\pi + \frac{5\pi}{4} \right]$

الف) $y = \sqrt{1 - \log_{\frac{1}{2}} x} \rightarrow x > 1$
 $\frac{1}{2} \rightarrow 1 - \log_{\frac{1}{2}} x \geq 0 \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}} x \leq 1 \Rightarrow x - 1 \geq \frac{1}{2} \Rightarrow x \geq \frac{3}{2}$
 $Df = \left[\frac{3}{2}, +\infty \right)$ ✓

ب) $y = \frac{\sqrt{x^2 - x}}{1 - \log_{\frac{1}{2}} x} \rightarrow x^2 - x \geq 0 \Rightarrow x(x-1) \geq 0 \Rightarrow x \leq 0 \text{ or } x \geq 1$
 $\frac{1}{2} \rightarrow \log_{\frac{1}{2}} x \neq 1 \Rightarrow x^2 - x \neq 2 \Rightarrow x^2 - x - 2 \neq 0 \Rightarrow (x+1)(x-2) \neq 0 \Rightarrow x \neq -1, 2$

$\Rightarrow Df = (-\infty, -1) \cup (-1, 0] \cup [1, 2) \cup (2, +\infty)$
 $Df = (-\infty, -1) \cup (-1, 0) \cup (0, 2) \cup (2, +\infty)$ ✓

الف) $y = \sqrt{2^{x-x^2} - 1} \Rightarrow 2^{x-x^2} - 1 \geq 0 \Rightarrow 2^{x-x^2} \geq 1 \Rightarrow x - x^2 \geq 0 \Rightarrow x(1-x) \geq 0 \Rightarrow 0 \leq x \leq 1$
 $\Rightarrow Df = [0, 1]$ ✓

ب) $y = \left(\frac{3x+5}{2x+1} \right)!$
 $\Rightarrow \frac{3x+5}{2x+1} \in \mathbb{N} \Rightarrow x = -\frac{\frac{5}{2} + \frac{1}{2}n}{\frac{3}{2} - \frac{1}{2}n} = \frac{-5 - n}{3 - n}$

$\Rightarrow Df = \left\{ x \mid x = \frac{-5 - n}{3 - n}, n \in \mathbb{N} \right\}$ ✓