نام و نام خانوادگی سهیل بهرامی پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲ کلاس یازدهم ب B

۱

برای نا تهی بودن باید دو پرانتز که هر دو مثبت باشند تشکیل شود.

در نتیجه تنها یک نقطه در آن صدق می کند:

$2x^2 + y^2 - 4x + 6y + K = 0$

$2(x^2 - 2x) + y^2 + 6y + K = 0$

$2(x^2 - 2x + 1) + (y^2 + 6y + 9) - 11 + K = 0 \Rightarrow 2(x-1)^2 + (y+3)^2 + (-11+K) = 0$

$\xRightarrow{\text{همه پرانتزها } 0} \begin{matrix} x=1 \\ y=-3 \end{matrix} \Rightarrow \boxed{K = 11}$

۲

f تابع است پس $x=a$ یک جواب دارد:

$a^2 + 4a = 3a + 2 \Rightarrow a^2 + a - 2 = 0 \Rightarrow (a+2)(a-1) = 0 \rightarrow a = 1$ ✓

$\rightarrow a = -2$ غ ق ق

$a > 0$

$a = 1 \Rightarrow f(1) = 1^2 + (4\times1) = 5$

$\rightarrow (2\times1) + 1 + 2 = 5$

$\boxed{f(1) = 5}$

۳

$|x+1| \geqslant 2 \Rightarrow \begin{matrix} x+1 \geqslant 2 \Rightarrow x \geqslant 1 \\ x+1 \leqslant -2 \Rightarrow x \leqslant -3 \end{matrix} \rightarrow f(x) = \begin{cases} 2x^2 - b & ; \; x \geqslant 1,\; x \leqslant -3 \\ 2x + a & ; \; -3 < x < 1 \end{cases}$

$\xRightarrow[x=-3]{} 2x^2 - b = 2x + a \Rightarrow 18 - b = -6 + a \Rightarrow \boxed{24 = a + b}$

۴

$\left.\begin{matrix} \sqrt{6x - a} \Rightarrow 6x - a \geqslant 0 \Rightarrow x \geqslant \frac{a}{6} \\ \sqrt{b - 3x} \Rightarrow b - 3x \geqslant 0 \Rightarrow x \leqslant \frac{b}{3} \end{matrix}\right\} \xRightarrow{x=2} \frac{a}{6} = \frac{b}{3}$

$\frac{b}{a} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

۵

الف) $y = \sqrt{\frac{x+1}{|x-3|}} + \sqrt{\frac{6-x}{x^2+2x+4}}$

$\frac{x+1}{|x-3|} \geqslant 0$ 1   3   − | + ∘ +

$\frac{6-x}{x^2+2x+4} \geqslant 0$ 6   + | −

$\Rightarrow D_f = [-1, 3) \cup (3, 6]$

ب) $y = \sqrt{[x] - 4} + \sqrt{2 - [x]}$

$\left.\begin{matrix} [x] - 4 \geqslant 0 \Rightarrow [x] \geqslant 4 \Rightarrow x \geqslant 4 \\ 2 - [x] \geqslant 0 \Rightarrow [x] \leqslant 2 \Rightarrow x < 3 \end{matrix}\right\} \Rightarrow D_f = \varnothing$

۶ ب) $\begin{array}{ccccccccccccc} & -۳ & & -۲ & & -۱ & & ۱ & & ۲ & & ۳ & \\ + & \circ & - & \circ & + & \circ & - & \circ & + & \circ & - & \circ & + \end{array}$ $D_f = (-\infty, -۳) \cup [-۲, -۱) \cup [۱, ۲) \cup [۳, +\infty)$

الف) $y = \sqrt{\dfrac{x^۲ - x - ۶}{x^۴ - ۱۳x^۲ + ۳۶}} \Rightarrow \dfrac{x^۲ - x - ۶}{x^۴ - ۱۳x^۲ + ۳۶} \geq ۰ \Rightarrow \dfrac{(x-۳)(x+۲)}{(x^۲-۴)(x^۲-۹)} \geq ۰ \Rightarrow \dfrac{(x-۳)(x+۲)}{(x-۲)(x+۲)(x-۳)(x+۳)} \geq ۰$

$\begin{array}{ccccccccc} & -۳ & & -۲ & & ۲ & & ۳ & \\ + & \circ & - & \circ & - & \circ & + & \circ & + \end{array} \Rightarrow D_f = (-\infty, -۳) \cup (۲, ۳) \cup (۳, +\infty)$ ۶

ب) $y = \sqrt{\dfrac{x^۳ - ۲x^۲ - ۵x + ۶}{x^۳ + ۲x^۲ - ۵x + ۶}} \Rightarrow \dfrac{(x-۱)(x^۲-x-۶)}{(x+۱)(x^۲+x-۶)} \geq ۰ \Rightarrow \dfrac{(x-۱)(x-۳)(x+۲)}{(x+۱)(x+۳)(x-۲)} \geq ۰$

الف) $y = \sqrt{[-x] - ۲} \rightarrow [-x] - ۲ \geq ۰ \Rightarrow [-x] \geq ۲ \Rightarrow x \leq -۲ \quad D_f = (-\infty, -۲]$

ب) $y = \dfrac{۵x^۲ + ۶}{[x]^۲ - ۲[x] - ۳} \rightarrow [x]^۲ - ۲[x] - ۳ \neq ۰ \Rightarrow ([x]-۳)([x]-۱) \neq ۰$ ۷

$\Rightarrow \left.\begin{cases} [x] \neq ۳ \Rightarrow x \neq [۳, ۴) \\ [x] \neq ۱ \Rightarrow x \neq [-۱, ۰) \end{cases}\right\} \Rightarrow D_f = (-\infty, -۱) \cup [۰, ۳) \cup [۴, +\infty)$

الف) $y = \dfrac{\cot x + ۱}{\tan x + ۱} \Rightarrow \dfrac{\frac{\sin x}{\cos x} + ۱}{\frac{\cos x}{\sin x} + ۱} \Rightarrow \begin{cases} \left.\begin{matrix} \sin x \neq ۰ \\ \cos x \neq ۰ \end{matrix}\right\} \Rightarrow x \neq \left\{\frac{K\pi}{۲}\right\} \\ \tan x \neq -۱ \Rightarrow x \neq \left\{K\pi - \frac{\pi}{۴}\right\} \end{cases}$

$\Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \left\{\frac{K\pi}{۲}, K\pi - \frac{\pi}{۴}\right\}$

$y = \sqrt{۱ - ۴\sin^۲ x} \rightarrow ۱ - ۴\sin^۲ x \geq ۰ \Rightarrow \sin^۲ x \leq \frac{۱}{۴} \Rightarrow -\frac{۱}{۲} \leq \sin x \leq \frac{۱}{۲}$ ۸

$D_f = \left[۲K\pi - \frac{\pi}{۴}, ۲K\pi + \frac{\pi}{۴}\right] \cup \left[۲K\pi + \frac{۵\pi}{۶}, ۲K\pi + \frac{۷\pi}{۶}\right]$

الف) $y = \sqrt{۱ - \log_{\frac{۱}{۲}}^{x-۱}} \rightarrow x > ۱ \qquad D_f = \left[\frac{۳}{۲}, +\infty\right)$

$\rightarrow ۱ - \log_{\frac{۱}{۲}}^{x-۱} \geq ۰ \Rightarrow \log_{\frac{۱}{۲}}^{x-۱} \leq ۱ \Rightarrow x - ۱ \geq \frac{۱}{۲} \Rightarrow x \geq \frac{۳}{۲}$

ب) $y = \dfrac{\sqrt{x^۲ - x}}{۱ - \log_۴^{x^۲ - ۳x}} \rightarrow x^۲ - x \geq ۰ \Rightarrow x(x-۱) \geq ۰ \Rightarrow \begin{array}{ccccc} & ۰ & & ۱ & \\ + & \bullet & - & \bullet & + \end{array} \Rightarrow (-\infty, ۰] \cup [۱, +\infty) \ (I)$ ۹

$\rightarrow \log_۴^{x^۲ - ۳x} \neq ۱ \Rightarrow x^۲ - ۳x \neq ۴ \Rightarrow x^۲ - ۳x - ۴ \neq ۰ \Rightarrow (x+۱)(x-۴) \neq ۰ \Rightarrow x \neq -۱, ۴$

$\Rightarrow (II) = (-\infty, -۱) \cup (-۱, ۰] \cup [۱, ۴) \cup (۴, +\infty) \Rightarrow \boxed{D_f = (-\infty, -۱) \cup (-۱, ۰) \cup (۳, ۴) \cup (۴, +\infty)}$

الف) $y = \sqrt{۲^{۴x - x^۲} - ۸} \Rightarrow ۲^{۴x - x^۲} - ۸ \geq ۰ \Rightarrow ۲^۳\left(۲^{-x^۲ + ۴x - ۳} - ۱\right) \geq ۰ \overset{\div ۸}{\Rightarrow} ۲^{-x^۲ + ۴x - ۳} - ۱ \geq ۰$

$\Rightarrow ۲^{-x^۲ + ۴x - ۳} \geq ۱ \Rightarrow -x^۲ + ۴x - ۳ \geq ۰ \Rightarrow x^۲ - ۴x + ۳ \leq ۰ \quad \begin{array}{ccccc} & ۱ & & ۳ & \\ + & \bullet & - & \bullet & + \end{array} \quad D_f = [۱, ۳]$

$(x-۳)(x-۱) \leq ۰$

ب) $y = \left(\dfrac{۳x + ۵}{۲x + ۴}\right)! \Rightarrow \dfrac{۳x + ۵}{۲x + ۴} \in W \Rightarrow x = -\dfrac{۴W - ۵}{۲W - ۳} = \dfrac{-۴W + ۵}{۲W - ۳}$ ۱۰

$\Rightarrow D_f = \left\{x \mid x = \dfrac{-۴K + ۵}{۲K - ۳}, K \in W\right\}$