

۱- من چون دیم x^2 و y^2 داریم و البته یک توان یک هم از x ها داریم تقسیم کنیم عبارت را به صورت دو عبارت مربع کامل در بیاریم برای این کار اعدادی که درشان دایره (0) کشیدیم را به عبارت اضافه کردم و نتیجه شد این ضابطه سپس آن دو عددی که اضافه کردم را با هم جمع کردم و شد ۱۱ که در واقع همان k است که در عبارت اولیه بوده.

$$2x^2 - 4x + 2 + y^2 + 4y + 9 = 0$$

$$2(x-1)^2 + (y+3)^2 = 0$$

$$\Rightarrow (y+3)^2 = 2(x-1)^2 \rightarrow \text{ضابطه ۱ جمع}$$

$$2+9=k=11$$

۲

$$f(a) = \begin{cases} a^2 + 2a \\ 2a + a + 2 \end{cases} \Rightarrow a^2 + 2a = 2a + 2 \rightarrow a^2 + a - 2 = 0$$

$$(a+2)(a-1) = 0$$

عقوبت $a \rightarrow \begin{cases} 1 \\ -2 \end{cases}$ (۲ و ۵)

$a=1$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & x \geq 1 \\ 2x + 3 & x < 1 \end{cases}$$

$$f(1) = (1)^2 + 2(1) = 5$$

۳

$$|x+1| \geq 2 \Rightarrow \begin{cases} x+1 \geq 2 \rightarrow x \geq 1 \\ x+1 \leq -2 \rightarrow x \leq -3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} 2x^2 - b & x \geq 1 \\ a + 2x & -3 \leq x \leq -1 \end{cases}$$

$$f(-3) = 2(-3)^2 - b = a + 2(-3)$$

$$18 - b = a - 4$$

$$\boxed{a+b=22}$$

۴

چون هر دو جمله عبارت زیر را دیکتال هستند پس باید عددی مثبت یا صفر باشد چون دامنه ی تابع را یک عضوی گفته پس دو جمله ی عبارت نمی تواند مقدار مثبت دهند چون بردشان بیشتر از یک عضو می شود پس هر دو جمله مقدارشان صفر است.

$$4x - a = 0 \xrightarrow{x=2} 12 - a = 0 \Rightarrow a = 12$$

$$b - 3x = 0 \xrightarrow{x=2} b - 6 = 0 \Rightarrow b = 6$$

$$\frac{b}{a} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

۵

الف) $\frac{x+1}{x-2} \geq 0$ $\left\{ \begin{array}{l} \frac{-1}{-1} + \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \\ \frac{4-x}{x^2+2x+2} \geq 0 \end{array} \right\}$ اشتراک $\{ [4, +\infty) = D_f \}$

$\frac{4-x}{x^2+2x+2} \geq 0$ $\left\{ \begin{array}{l} x^2+2x+2 \rightarrow \Delta < 0, a > 0 \\ 4-x \geq 0 \end{array} \right\}$ $[4, +\infty)$

ب) $[x] - 4 \geq 0$ $[x] \geq 4 \Rightarrow x \geq 4$ $\left\{ \begin{array}{l} -[x] + 2 \geq 0 \\ [x] \leq 2 \end{array} \right\}$ اشتراک $[4, +\infty) \cap (-\infty, 2) = \emptyset = D_f$

الف) $x^2 - x - 4 \geq 0$ $(x-2)(x+2) \geq 0$

$x^2 - 13x^2 + 34 \geq 0$ $(x^2 - 2)(x^2 - 9) \geq 0$ $(x-2)(x+2)(x-3)(x+3) \geq 0$

$\frac{x}{y} \mid \begin{array}{c} -3 \\ +3 \end{array} \begin{array}{c} -2 \\ -2 \end{array} \begin{array}{c} 2 \\ 2 \end{array} \begin{array}{c} 3 \\ 3 \end{array}$

$Df = (-\infty, -2) \cup (2, +\infty) - \{3\}$

6

ب) $x^2 - 2x^2 - 8x + 4 \geq 0 \Rightarrow (x^2 - x^2) + (-x^2 - 8x + 4) = x^2(x-1) + (x-1)(x+4) = (x-1)(x^2 + x + 4)$

$x^2 + 2x^2 - 8x - 4 \geq 0 \Rightarrow (x^2 + x^2) + (x^2 - 8x - 4) = x^2(x+1) + (x+1)(x-4) = (x+1)(x+2)(x-2)$

$\frac{x}{y} \mid \begin{array}{c} -3 \\ +3 \end{array} \begin{array}{c} -1 \\ -1 \end{array} \begin{array}{c} 1 \\ 1 \end{array} \begin{array}{c} 2 \\ 2 \end{array}$

$Df = (-\infty, -2) \cup (-1, 1) \cup (2, +\infty)$

الف) $[-x] - 2 \geq 0$ $[-x] \geq 2$ $-x \geq 2$ $x \leq -2 \Rightarrow Df = (-\infty, -2]$

ب) $2x^2 + 4 \rightarrow a > 0$ $\Delta < 0$

$[x]^2 - 2[x] - 3 \geq 0$ $[x] = t$ $t^2 - 2t - 3 \geq 0 \rightarrow (t-3)(t+1) \geq 0$

$\frac{t}{x} \mid \begin{array}{c} -1 \\ +3 \end{array} \begin{array}{c} 3 \\ 3 \end{array}$

$[x] < -1 \rightarrow x < -1$

$[x] > 3 \rightarrow x \geq 3$

$Df = (-\infty, -1) \cup [3, +\infty)$

7

الف) $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$ $\sin \alpha \neq 0$

$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ $\cos \alpha \neq 0$

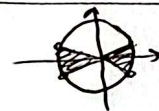
$\tan \alpha + 1 \neq 0$ $\tan \alpha \neq -1$

$Df = \mathbb{R} - \left\{ \frac{k\pi}{2}, k\pi - \frac{\pi}{4} \right\}$

8

ب) $1 - \sqrt{\sin^2 \alpha} \geq 0$

$\sqrt{\sin^2 \alpha} \leq 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha \leq \frac{1}{4} \Rightarrow -\frac{1}{2} \leq \sin \alpha \leq \frac{1}{2}$



$Df = [k\pi + \frac{\pi}{6}, k\pi - \frac{\pi}{6}]$

الف) $\sqrt{1 - \log \frac{x-1}{x}}$

$\begin{cases} x-1 > 0 & x > 1 \\ 1 - \log \frac{x-1}{x} \geq 0 & \log \frac{x-1}{x} \leq 1 \end{cases}$

$Df = (1, \frac{e}{e-1}]$

$\log \frac{x-1}{x} \leq 1 \rightarrow x-1 \leq (\frac{1}{e-1})^e \Rightarrow x \leq \frac{e}{e-1}$

9

ب) $\frac{\sqrt{x^2 - x}}{1 - \log \frac{x^2 - x}{x}}$

$x^2 - x \geq 0$ $x(x-1) \geq 0$ $\frac{x}{x-1} \mid \begin{array}{c} 1 \\ +1 \end{array} \begin{array}{c} -1 \\ -1 \end{array}$ $(-\infty, 0] \cup [1, +\infty)$

$x^2 - 3x > 0$ $x(x-3) > 0$ $\frac{x}{x-3} \mid \begin{array}{c} 0 \\ +1 \end{array} \begin{array}{c} 3 \\ 3 \end{array}$ $(-\infty, 0) \cup (3, +\infty)$

$1 - \log \frac{x^2 - 3x}{x} \neq 0 \rightarrow \log \frac{x^2 - 3x}{x} \neq 1$ $x^2 - 3x \neq x \rightarrow x^2 - 4x \neq 0$

$(x-4)(x+1) \neq 0 \Rightarrow x \neq -1$

$Df = (-\infty, 0) \cup (3, +\infty) - \{-1, 4\}$

الف) $\sqrt{x^2 - x^2} - 1 \geq 0$ $\sqrt{x^2 - x^2} \geq 1 \rightarrow \sqrt{x^2 - x^2} \geq 1 \Rightarrow x^2 - x^2 \geq 1$

$\Rightarrow -x^2 + (x - 3) \geq 0$ $(x-1)(x-3) \geq 0$ $\frac{x}{x-3} \mid \begin{array}{c} 1 \\ -1 \end{array} \begin{array}{c} 3 \\ 3 \end{array}$

$Df = [1, 3]$

10

ب) $\frac{yx + a}{yx + c} \in W$

$yx + a \in yxW + cW \Rightarrow yx - yxW \in cW - a$

$x(r - yw) \in cW - a$ $x \in \frac{cW - a}{r - yw}$

$\Rightarrow Df = \{x \mid x = \frac{rk - a}{r - yk}, k \in W\}$