

۱۹,۷۵

به نام خدا

ونراد حاجی بابائی - یازدهم پسر B - تکلیف شماره ۱ - توابع و خواص آنها

$$2x^2 + y^2 - 4x + 4y + k = 0 \Rightarrow 2x^2 - 4x + 2 + y^2 + 4y + 4 - 2 - 4 + k = 0$$

$$\Rightarrow 2(x^2 - 2x + 1) + (y + 2)^2 + k - 4 = 0 \Rightarrow 2(x-1)^2 + (y+2)^2 + k - 4 = 0$$

زیرا دو عبارت ماضنی جمعشان جایز برابر یک بزرگتر از ۱۱ باشد این عبارت ناقص باشد و زمانی که کمتر ۱۱ است این عبارت ناقص خواهد بود برای اینکه این عبارت ناقص باشد جایز k اثر ۱۱ را خنثی کند (بسیار بدین صفر شود) $\leftarrow \boxed{k=11}$ ✓

$$f(a) = \begin{cases} a^2 + 4a & ; a \geq 1 \\ 2a + a + 2 & ; a \leq 1 \end{cases} \quad (a) \cdot \quad \begin{aligned} & a=a \Rightarrow f(a) = a^2 + 4a = 2a + a + 2 \\ & \Rightarrow a^2 + a - 2 \Rightarrow (a+2)(a-1) = 0 \end{aligned} \quad \begin{aligned} & a=1 \checkmark \\ & a=-2 \times \end{aligned} \quad (a) \cdot$$

$$\Rightarrow f(a) = \begin{cases} a^2 + 4a & ; a \geq 1 \\ 2a + 3 & ; a \leq 1 \end{cases} \Rightarrow f(1) = (1)^2 + 4(1) = 1 + 4 = 5 \Rightarrow \boxed{f(1) = 5}$$

چون a باید مثبت باشد و نتیجه مقدار ۱ برای قابل قبول است.

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - b; & |x+1| \geq 2 \Rightarrow \begin{cases} x+1 \geq 2 \Rightarrow x \geq 1 \\ x+1 \leq -2 \Rightarrow x \leq -3 \end{cases} \\ a+2x; & -3 \leq x \leq -1 \end{cases}$$

۳

۲

حاصل $a+b$

$$\Rightarrow f(-3) = 2(9) - b = a + 2(-3) \Rightarrow 18 - b = a - 6 \Rightarrow \boxed{24 = a + b} \checkmark$$

$$y = \sqrt{4x - a} + \sqrt{b - 2x}$$

$$\begin{aligned} 4x &\geq a \Rightarrow x \geq \frac{a}{4} \\ b &\geq 2x \Rightarrow \frac{b}{2} \geq x \end{aligned}$$

آوردیم فقط ۲ جا شد،
در نتیجه $a=12, b=4$
چنانچه داریم: $\frac{b}{a} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{1}{3} \checkmark$

۲ ۴

$$y = \sqrt{\frac{x+1}{|x-3|}} + \sqrt{\frac{4-x}{x^2+2x+4}}$$

شرط اول: $\sqrt{\frac{x+1}{|x-3|}} \rightarrow \frac{-1}{-} + \frac{3}{+} \rightarrow [-1, 3) \cup (3, +\infty) \quad (I)$

شرط دوم: $\sqrt{\frac{4-x}{x^2+2x+4}} \rightarrow \frac{4}{+} - \frac{1}{-} \rightarrow (-\infty, 4] \quad (II)$

این عبارت ریشه ندارد و همواره مثبت است $\Delta \rightarrow 4 - 4(1)(4) \Rightarrow 4 - 16 = -12 < 0$

$$D_f = (I) \cap (II) \rightarrow [-1, 3) \cup (3, 4] \rightarrow D_f = [-1, 3) \cup (3, 4] \checkmark$$

۵

ب) $y = \sqrt{[x]-4} + \sqrt{4-[x]}$

۲

شرط اول: $\sqrt{[x]-4} \Rightarrow [x]-4 \geq 0 \Rightarrow [x] \geq 4 \Rightarrow x \geq 4 \quad (I)$

شرط دوم: $\sqrt{4-[x]} \Rightarrow 4-[x] \geq 0 \Rightarrow 4 \geq [x] \Rightarrow 4 > x \quad (II)$

$$D_f = (I) \cap (II) \rightarrow \emptyset \rightarrow D_f = \emptyset \checkmark$$

$$a) y = \sqrt{\frac{x^2 - x - 4}{x^2 - 13x^2 + 34}} \Rightarrow \sqrt{\frac{(x-3)(x+2)}{(x^2-9)(x^2-4)}} \Rightarrow \sqrt{\frac{(x-3)(x+2)}{(x-3)(x+3)(x-2)(x+2)}}$$

$$\rightarrow \begin{array}{c} -3 \\ + \end{array} \begin{array}{c} -2 \\ - \end{array} \begin{array}{c} 2 \\ - \end{array} \begin{array}{c} 3 \\ + \end{array} \rightarrow D_f = (-\infty, -3) \cup (2, 3) \cup (3, +\infty)$$

$$b) y = \sqrt{\frac{x^2 - 2x^2 - 2x + 4}{x^2 + 2x^2 - 2x - 4}} \Rightarrow \sqrt{\frac{(x-1)(x-3)(x+2)}{(x+1)(x+2)(x-2)}}$$

$$\rightarrow \begin{array}{c} -3 \\ + \end{array} \begin{array}{c} -2 \\ - \end{array} \begin{array}{c} -1 \\ + \end{array} \begin{array}{c} 1 \\ - \end{array} \begin{array}{c} 2 \\ + \end{array} \begin{array}{c} 3 \\ - \end{array}$$

$$\rightarrow D_f = (-\infty, -3) \cup [-2, -1) \cup [1, 2) \cup (3, +\infty) \checkmark$$

Y

1, 1, 5

$$a) y = \sqrt{[-x] - 2} \rightarrow [-x] - 2 \geq 0 \Rightarrow [-x] \geq 2 \Rightarrow -x \geq 2$$

$$\rightarrow x \leq -2 \rightarrow D_f = (-\infty, -2] \checkmark$$

V

$$b) y = \frac{2x^2 + 4}{[x]^2 - 2[x] - 3} \quad [x] = n \text{ (مخرج صفر نشود)}$$

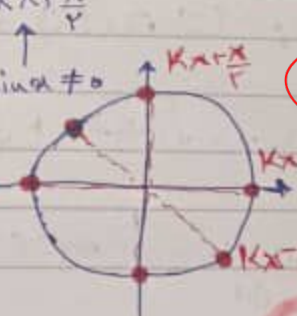
$$\rightarrow n^2 - 2n - 3 \neq 0$$

$$\Rightarrow (n-3)(n+1) \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} n \neq 3 \rightarrow [x] \neq 3 \rightarrow x \notin [3, 4) \\ n \neq -1 \rightarrow [x] \neq -1 \rightarrow x \notin [-1, 0) \end{cases}$$

2

$$\rightarrow D_f = \mathbb{R} - ([3, 4) \cup [-1, 0)) \checkmark$$

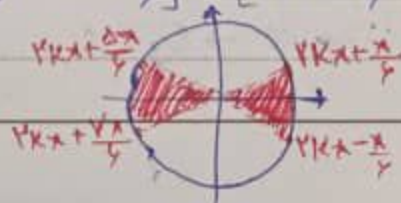
$$a) y = \frac{\cot x + 1}{\tan x + 1} \rightarrow \text{شروط: } \tan x \neq -1 \text{ و } \cot x \neq 0 \text{ و } \sin x \neq 0$$

$$\rightarrow D_f = \mathbb{R} - \left\{ k\pi - \frac{\pi}{4}, k\pi, k\pi + \frac{\pi}{4} \right\} (k \in \mathbb{Z}) \checkmark$$


2

$$b) y = \sqrt{1 - 4 \sin^2 x} \Rightarrow 1 - 4 \sin^2 x \geq 0 \Rightarrow |\sin x| \leq \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2} \leq \sin x \leq \frac{1}{2} \rightarrow D_f = \left[k\pi - \frac{\pi}{6}, k\pi + \frac{\pi}{6} \right] \cup \left[k\pi + \frac{5\pi}{6}, k\pi + \frac{7\pi}{6} \right]$$



$$\text{الف) } y = \sqrt{1 - \log_k^{x-1}}$$

$$\text{شرطه دامنه: } 1) \ x-1 > 0 \Rightarrow x > 1 \quad (I)$$

چون پایه لگاریتم $(\frac{1}{k})$ بین صفر و یک است، این نامساوی معادل است با:

$$2) \ 1 - \log_k^{x-1} \geq 0 \Rightarrow 1 \geq \log_k^{x-1}$$

$$x-1 \geq \left(\frac{1}{k}\right)^1 \Rightarrow x \geq \frac{k}{k-1} \quad (II)$$

$$D_f = (I) \cap (II) \rightarrow D_f = \left[\frac{k}{k-1}, +\infty\right) \checkmark$$

$$\text{ب) } y = \frac{\sqrt{x^2 - x}}{1 - \log_k^{x^2 - x}} \rightarrow \frac{\sqrt{x(x-1)}}{1 - \log_k^{x^2 - x}}$$

$$1) \ x(x-1) \geq 0 \rightarrow \frac{0}{+} \frac{+}{-} \frac{-}{+} \rightarrow x \leq 0 \text{ یا } x \geq 1 \quad (I)$$

$$2) \ x^2 - 3x \geq 0 \rightarrow \frac{0}{+} \frac{+}{-} \frac{-}{+} \rightarrow x \leq 0 \text{ یا } x \geq 3 \quad (II)$$

$$\text{مخرج غیر صفر: } 1 - \log_k^{x^2 - x} \neq 0 \Rightarrow 1 \neq \log_k^{x^2 - x} \Rightarrow x^2 - 3x \neq k \Rightarrow x^2 - 3x - k \neq 0$$

$$\Rightarrow (x-k)(x+1) \neq 0 \rightarrow \begin{cases} x \neq k \\ x \neq -1 \end{cases} \quad (III)$$

$$D_f = (I) \cap (II) \cap (III) \rightarrow D_f = ((-\infty, 0) - \{-1\}) \cup ((3, +\infty) - \{k\})$$

$$\text{یا } D_f = ((-\infty, 0) \cup (3, +\infty)) - \{k, -1\} \checkmark$$

$$\text{الف) } y = \sqrt{y^{kx-x^2} - 1} \Rightarrow y^{kx-x^2} \geq 1 \Rightarrow y^{kx-x^2} \geq y^k \Rightarrow kx-x^2 \geq k$$

$$\Rightarrow x^2 - kx + k \leq 0 \Rightarrow (x-k)(x-1) \leq 0 \rightarrow \frac{+}{+} \frac{-}{-} \frac{+}{+} \rightarrow D_f = [1, k] \checkmark$$

$$\hookrightarrow y = \left(\frac{r_n + \Delta}{r_n + K} \right)! \Rightarrow \frac{r_n + \Delta}{r_n + K} \in IW \Rightarrow r_n + \Delta \in r_n IW + K IW$$

$$\Rightarrow r_n - r_n IW \in K IW - \Delta \Rightarrow n(r - r IW) \in K IW - \Delta \Rightarrow n \in \frac{K IW - \Delta}{r - r IW}$$

$$\Rightarrow P_f = \left\{ n \mid n = \frac{K IW - \Delta}{r - r IW}, K \in IW \right\}$$

