نام و نام خانوادگی ...امیرحسین مرعشی... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۲۵.. کلاس ..یازدهم..

**۱**

$\frac{1}{x-1} = |x-1|$

$x<0 \Rightarrow \frac{1}{x-1} = -(x-1) \Rightarrow \underbrace{-(x-1)^2}_{-} = \underbrace{1}_{+} \Rightarrow$ غیرقابل قبول است.

if $x>0 \Rightarrow \frac{1}{x-1} = x-1 \Rightarrow (x-1)^2 = 1 \Rightarrow x-1 = \pm 1$ $\begin{cases} \boxed{x=2 \text{ ق ق}} \\ x=0 \text{ غ ق ق} \end{cases}$

معادله یک ریشه دارد.

**۲**

الف) $\left|\frac{2x-1}{x}\right| < 2$

$-2 < \frac{2x-1}{x} < 2$

$\begin{cases} \frac{2x-1}{x} > -2 \Rightarrow \frac{2x-1+2x}{x} > 0 \Rightarrow \frac{4x-1}{x} > 0 \\ , \\ \frac{2x-1}{x} < 2 \Rightarrow \frac{2x-1-2x}{x} < 0 \Rightarrow \frac{-1}{x} < 0 \Rightarrow \boxed{x>0} \ (2) \end{cases}$

| $x$ | | $0$ | | $\frac{1}{4}$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | $+$ | | $-$ | | $+$ |

$(1)\ \boxed{(-\infty, 0) \cup (\frac{1}{4}, +\infty)}$

$\Rightarrow (1) \cap (2) = (\frac{1}{4}, +\infty)$

ب) $\left|\frac{x-2}{2x+1}\right| > 1$

$\frac{x-2}{2x+1} > 1 \Rightarrow \frac{x-2-2x-1}{2x+1} > 0 \rightarrow \frac{-x-3}{2x+1} > 0$

یا

$\frac{x-2}{2x+1} < -1 \Rightarrow \frac{x-2+2x+1}{2x+1} < 0 \Rightarrow \frac{3x-1}{2x+1} < 0$

| $x$ | | $-3$ | | $-\frac{1}{2}$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | $-$ | | $+$ | | $-$ |

$\rightarrow (-3, -\frac{1}{2})$ (1)

| $x$ | | $-\frac{1}{2}$ | | $\frac{1}{3}$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | $+$ | | $-$ | | $+$ |

$\rightarrow (-\frac{1}{2}, \frac{1}{3}) \rightarrow (2)$

$\Rightarrow$ جواب $= (-3, -\frac{1}{2}) \cup (-\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$

**۳**

$x^2 < |x+6|$

if $x<-6 \Rightarrow x^2 < -x-6 \Rightarrow x^2+x+6 < 0 \longrightarrow \Delta<0$ ریشه ندارد

if $x \geq -6 \Rightarrow x^2 < x+6 \Rightarrow x^2-x-6 < 0 \Rightarrow (x-3)(x+2) = 0 \rightarrow x \begin{cases} 3 \\ -2 \end{cases}$

| $x$ | | $-2$ | | $3$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | $+$ | | $-$ | | $+$ |

$(-2, 3) \cap [-6, +\infty) = (-2, 3) \leftarrow (-2, 3)$

$\begin{cases} \frac{-2+3}{2} = \frac{1}{2} \\ \text{شعاع} = \frac{3+2}{2} = \frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow$ پاسخ : $|x-\frac{1}{2}| < \frac{5}{2} \Rightarrow \boxed{\alpha = \frac{1}{2}}$

**۴**

$y = |x+1| - |2x| + |x-2|$

| | $-1$ | | $0$ | | $2$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\underbrace{-x-1+2x-x+2}_{+1}$ | $1$ | $x+1+2x-x+2 = 2x+3$ | $3$ | $x+1-2x-x+2 = -2x+3$ | $-1$ | $\underbrace{x+1-2x+x-2}_{-1}$ |

if $-1 \leq x \leq 0 \Rightarrow -2 \leq 2x \leq 0 \Rightarrow 1 \leq 2x+3 \leq 3$

if $0 \leq x \leq 2 \Rightarrow -4 \leq -2x \leq 0 \Rightarrow -1 \leq 3-2x \leq 3$

$\Rightarrow \begin{cases} y_{max} = 3 \\ y_{min} = -1 \end{cases} \Longrightarrow y_{min} + y_{max}$

$\boxed{3-1 = 2}$

**۵**

نمودار اولیه : $y = |\frac{1}{2}x| - 2$

نمودار جدید : $y = |\frac{1}{2}(x+4)| - 2 + 1 = |\frac{1}{2}x + 2| - 1$

$|\frac{1}{2}x| - 2 = |\frac{1}{2}x+2| - 1$

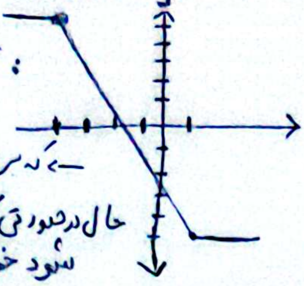
| | $-4$ | | $0$ | |
|---|---|---|---|---|
| $-\frac{1}{2}x-2 = -\frac{1}{2}x-3$ امکان ندارد | | $-\frac{1}{2}x-2 = \frac{1}{2}x+1$ ; $-x=3$ ; $\boxed{x=-3}$ | | $\frac{1}{2}x-2 = \frac{1}{2}x+2-1$ ✗ |

$\Rightarrow x = -3 \Rightarrow \frac{3}{2} - 2 = \frac{1}{2} - 1$ $\longrightarrow$ طول محل تقاطع برابر $-3$ است.

$\boxed{-\frac{1}{2} = -\frac{1}{2}}$ ✓

الف) $y=[|1-x|-|x+4|]$

نمودار $|1-x|-|x+4|$ :



ـــ که برد آن = $[-5,5]$

حال درصورتی که براکت در نظر گرفته شود خواهیم داشت :

$R_f=\{0,\pm1,\pm2,\pm3,\pm4,\pm5\}$

ب) $f(x)=\frac{1}{x}-\left[\frac{x+1}{x}\right]$ ۶

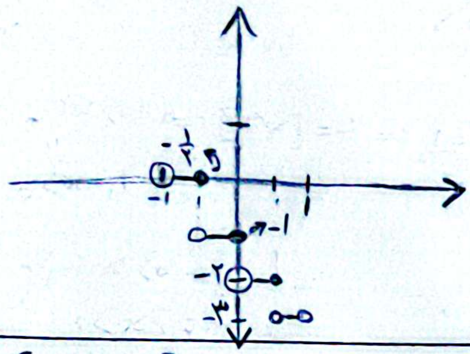
$f(x)=\frac{1}{x}-\left[\frac{1}{x}\right]-1 \qquad (x\neq 0)$

$0\leq \frac{1}{x}-\left[\frac{1}{x}\right]<1 \xRightarrow{-1} -1\leq \frac{1}{x}-\left[\frac{1}{x}\right]-1<0$

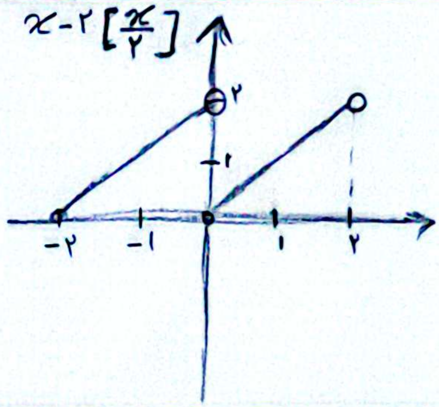
$\Rightarrow R_f=[-1,0)$

---

$y=[-2x]-1$ ۷

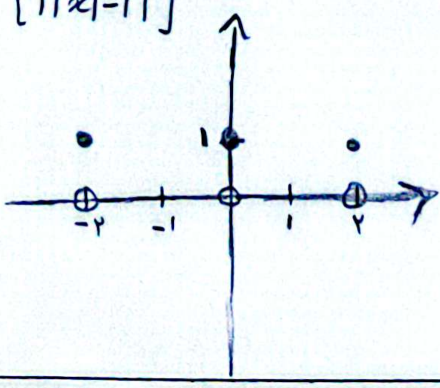


ب) $y=x-2\left[\frac{x}{2}\right]$



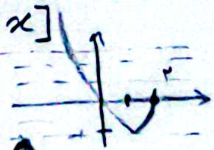
---

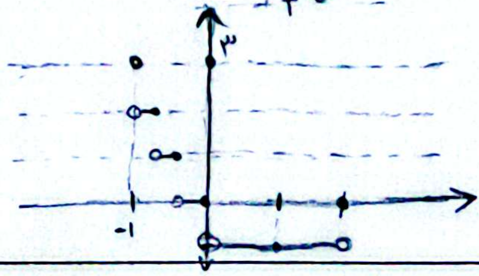
$y=[||x|-1|]$ ۸



$y=[x^2-2x]$

$x^2-2x:$ $\longrightarrow$





---

$a+[b]=4.2$

$b-[a]=2.4$

$[a+[b]]=[4.2]\Rightarrow [a]+[b]=4$ ۹

$[b-[a]]=[2.4]\Rightarrow [b]-[a]=2$ $\Rightarrow [b]=3\ ,\ [a]=1$

$\Rightarrow\begin{cases} a+3=4.2 \Rightarrow a=1.2\\ b-1=2.4 \Rightarrow b=3.4\end{cases} \Rightarrow a+b=1.2+3.4=\boxed{4.6}$

---

$1+\sqrt{2}=a\ ,\ 1-\sqrt{2}=b$

$a^6+b^6=198$

$a^6=(1+\sqrt{2})^6$

$a+b=2,\ ab=(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})=1-2=-1$ ۱۰

$b=1-\sqrt{2}\longrightarrow |b|<1 \Rightarrow b^6=$ عددی کوچکتر از یک است

$a^6=198-b^6\Rightarrow 197<a^6<198 \Rightarrow [a^6]=197$ ← پاسخ

روش ②: $1-\sqrt{2}=1-\sqrt{2}\times\frac{1+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}=\frac{-1}{1+\sqrt{2}} \Rightarrow (1+\sqrt{2})^6+\left(\frac{-1}{1+\sqrt{2}}\right)^6=198$

$(1+\sqrt{2})^6=A \Rightarrow A+\frac{1}{A}=198 \xrightarrow{\times A} A^2-198A+1=0$

$A=\frac{99\pm\sqrt{9800}}{1}=99\pm 70\sqrt{2}$ < $99+70\sqrt{2}$ ق ق ، $99-70\sqrt{2}$ غ ق ق

$\sqrt{99^2}-\sqrt{99^2-1}<1$

$[(1+\sqrt{2})^6]=[99+70\sqrt{2}]=99+98=\boxed{197}$