

به نام خدا

Subject:

Year: Month: Day: ()

page: () و نادر حاجی بابایی - یازدهم تیر - تکلیف شماره ۲۰

$$\frac{1}{x-1} = |x-1| \Rightarrow |x-1| \cdot (x-1) = 1 \Rightarrow \begin{cases} (x-1)^2 = 1 & \text{if } x > 1 \\ (1-x)(x-1) = 1 & \text{if } x < 1 \end{cases}$$

$$x > 1; \quad x^2 - 2x + 1 = 1 \Rightarrow x^2 - 2x = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$x < 1; \quad x - 1 - x^2 + x = 1 \Rightarrow x^2 - 2x + 2 = 0 \Rightarrow \Delta = 4 - 8 < 0 \rightarrow \text{ریشه حقیقی ندارد}$$

در نتیجه این معادله فقط دارای یک ریشه $x = 2$ است.

$$\text{الف) } \left| \frac{2x-1}{x} \right| < 2 \Rightarrow \left| 2 - \frac{1}{x} \right| < 2 \Rightarrow -2 < 2 - \frac{1}{x} < 2$$

$$\Rightarrow -4 < -\frac{1}{x} < 0 \Rightarrow 4 > \frac{1}{x} > 0 \Rightarrow x > \frac{1}{4}$$

$$\text{ب) } \left| \frac{x-2}{2x+1} \right| > 1 \Rightarrow \frac{x-2}{2x+1} > 1 \quad \text{I} \quad \frac{x-2}{2x+1} < -1 \quad \text{II}$$

$$\text{I: } \frac{x-2}{2x+1} > 1 \Rightarrow x-2 > 2x+1 \Rightarrow -3 > x \quad \text{I} \quad (-\infty, -3)$$

$$\text{II: } \frac{x-2}{2x+1} < -1 \Rightarrow x-2 < -2x-1 \Rightarrow 3x < 1 \Rightarrow x < \frac{1}{3} \quad \text{II} \quad (-\infty, \frac{1}{3})$$

$$\text{I} \cup \text{II} \Rightarrow (-\infty, -3) \cup (-\infty, \frac{1}{3}) = (-\infty, \frac{1}{3})$$

جواب نهایی

$$x^2 < |x+4| \Rightarrow x^2 < x+4 \quad \text{I} \quad x^2 > -x-4 \quad \text{II}$$

$$\text{I: } x^2 < x+4 \Rightarrow x^2 - x - 4 < 0 \Rightarrow (x-3)(x+2) < 0 \Rightarrow -2 < x < 3 \quad \checkmark$$

$$\text{II: } x^2 > -x-4 \Rightarrow x^2 + x + 4 > 0 \Rightarrow \Delta = 1 - 16 < 0 \rightarrow \text{دائماً مثبت است و ریشه ندارد}$$

$$\Rightarrow -2 < x < 3 \Rightarrow -2,5 < x - 0,5 < 2,5 \Rightarrow |x - 0,5| < 2,5 \Rightarrow x = 0,5$$

PAYCO

$$|x - \alpha| < \beta$$

$$y = |x+1| - |2x| + |x-2|$$

من دلیلی برای یافتن کمترین و یا بیشترین مقدار عبارت قدر مطلق در مبدا اول (در صورت وجود) کافی است مقدار عبارت را به ازای فقط ریشه‌های داخل قدر مطلق‌ها را محاسبه کنیم و یا بیشترین یا کمترین مقدار این تابع (در صورت وجود) در یکی از نقاط شکستگی آن اتفاق می‌افتد.

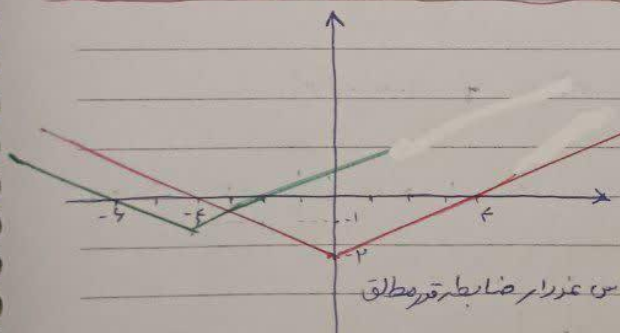
$$|x+1| - |2x| + |x-2| \xrightarrow{x=-1} 0 - |-2| + |-3| = -2 + 3 = -1$$

$$|x+1| - |2x| + |x-2| \xrightarrow{x=0} 1 - 0 + |-2| = 1 + 2 = 3$$

$$|x+1| - |2x| + |x-2| \xrightarrow{x=2} 3 - 4 = -1$$

نتیجه می‌گیریم کمترین مقدار این تابع -1 و بیشترین مقدار آن 3 است

$$\text{مجموع بیشترین و کمترین مقدار تابع} = -1 + 3 = 2$$



$$y = |\frac{1}{4}x| - 2$$

$$y = |\frac{1}{4}x + 2| - 1$$

فقط در یک طول متقاطع اند که در این نقطه بر اساس مقدار ضابطه قدر مطلق تابع اول منفی و دوم مثبت =

$$|\frac{1}{4}x| - 2 = |\frac{1}{4}x + 2| - 1 \rightarrow |\frac{1}{4}x| - 1 = |\frac{1}{4}x + 2|$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4}x + 2 = -\frac{1}{4}x - 1 \Rightarrow x = -3$$

پس خود را این دو تابع در نقطه $x = -3$ متقاطع اند

5. $f(x) = [11 - x] - [x + 1]$ من داریم در توابع آنبکتری در ازای ریشه های قدر مطلق

دو عدد قرینه بدست می آید یعنی بر دایره مقابل

برابر $[K, K]$ است که K قدر مطلق تفاضل دورترین داخل قدر مطلق است

$|1-x| - |x+1| \xrightarrow{x=1} 0 - |1+1| = -2 \xrightarrow{x=-1} |1-(-1)| - |(-1)+1| = 2$

$|1-x| - |x+1| = [-2, 2] \rightarrow R_f = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$
بر دایره

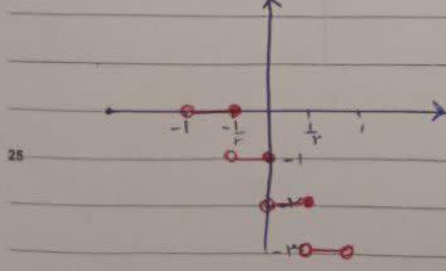
10. $f(x) = \frac{1}{x} - \left[\frac{x+1}{x} \right] = \frac{1}{x} - \left[\frac{1}{x} + 1 \right] = \frac{1}{x} - \left[\frac{1}{x} \right] + 1$

من داریم عبارت $0 - [0] = 0$ همواره برابر $(0, 1)$ قرار دارد پس من داریم:

$0 \leq \frac{1}{x} - \left[\frac{1}{x} \right] < 1 \rightarrow 1 \leq \frac{1}{x} - \left[\frac{1}{x} \right] + 1 < 2 \rightarrow R_f = [1, 2)$

15. $y = [-2x] - 1 \quad x \in (-1, 1) \rightarrow -2 < -2x < 2$

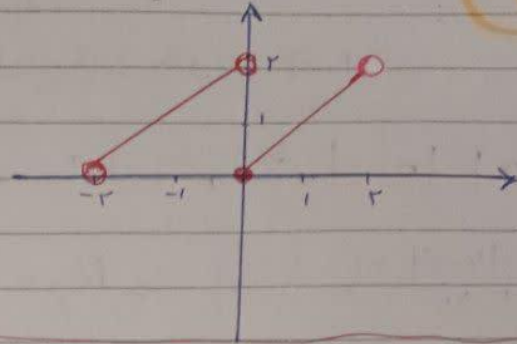
$-2x$	$-2 < -2x < -1$	$-1 \leq -2x < 0$	$0 \leq -2x < 1$	$1 \leq -2x < 2$
$[-2x]$	-2	-1	0	1
$[-2x] - 1$	-3	-2	-1	0
x	$1 > x > \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \geq x > 0$	$0 \geq x > -\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2} \geq x > -1$



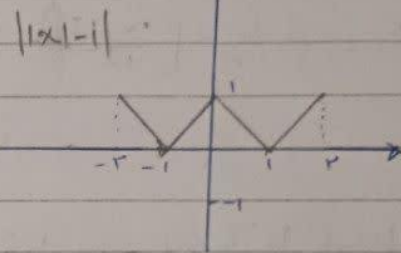
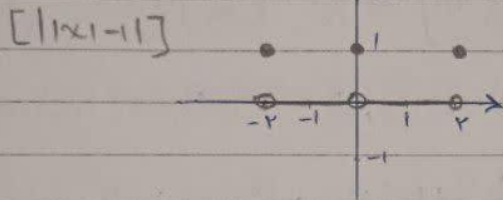
i.) $y = x - r \left[\frac{x}{r} \right] \quad x \in (-r, r) \rightarrow -1 < \frac{1}{r}x < 1$

$x \in (-r, 0)$
 $\frac{x}{r} \in (-1, 0) : x - r(-1) = x + r$

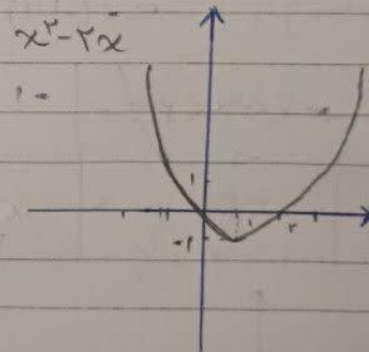
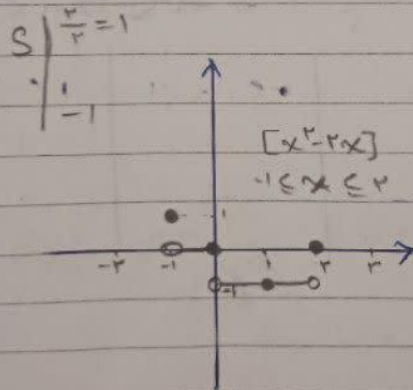
$x \in [0, r)$
 $\frac{x}{r} \in [0, 1) : x - r(0) = x$



ii.) $y = [|x| - 1]$ $x \in [-r, r]$



iii.) $y = [x^r - rx]$ $x \in [-1, r]$



$$a + [b] = \epsilon, \gamma \rightarrow [a] + [b] + P_a = \epsilon, \gamma \rightarrow [a] + [b] = \epsilon, P_a = 0, \gamma$$

عزیم جزو Δ است و هر عدد در بازه $(0, 1)$ است

$$(a = [a] + P_a)$$

$$b - [a] = \gamma, \epsilon \rightarrow P_b + [b] - [a] = \gamma, \epsilon \rightarrow [b] - [a] = \gamma, P_b = 0, \epsilon$$

5

$$\begin{cases} [a] + [b] = \epsilon \\ [b] - [a] = \gamma \end{cases} \Rightarrow 2[b] = \gamma \Rightarrow [b] = \gamma \Rightarrow [a] = 1$$

$$\Rightarrow a = [a] + P_a \Rightarrow a = 1 + 0, \gamma = 1, \gamma \Rightarrow a = 1, \gamma$$

10

$$\Rightarrow b = [b] + P_b \Rightarrow b = \gamma + 0, \epsilon = \gamma, \epsilon \Rightarrow b = \gamma, \epsilon$$

$$\Rightarrow a + b = 1, \gamma + \gamma, \epsilon = \epsilon, \gamma \Rightarrow a + b = \epsilon, \gamma$$

15 منطقی که $\sqrt{2}$ است پس داریم: $\sqrt{2} > 1 \rightarrow 0 < \sqrt{2} - 1 < 1 \rightarrow -1 < 1 - \sqrt{2} < 0$

باقی به این $(1 - \sqrt{2})^2$ است پس $1 - \sqrt{2} \in (-1, 0)$ است
 $\Delta \in (0, 1)$

$$-1 < 1 - \sqrt{2} < 0 \rightarrow 0 < (1 - \sqrt{2})^2 < 1 \rightarrow (1 - \sqrt{2})^2 = \Delta \rightarrow [(1 - \sqrt{2})^2] = 0$$

20

$$(1 + \sqrt{2})^2 + (1 - \sqrt{2})^2 = 198 \Rightarrow (1 + \sqrt{2})^2 = 197, \Delta \rightarrow 197 < (1 + \sqrt{2})^2 < 198$$

$$[(1 + \sqrt{2})^2] = 197$$

در تقسیم جزء صحیح $(1 + \sqrt{2})^2$ برابر 197 است.

25