19,75

نام و نام خانوادگی .... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره .... کلاس ....

$\frac{1}{x-1}=\|x-1\| \Rightarrow (x-1)\|x-1\|=1$ $\Rightarrow x>0 \Rightarrow (x-1)^2=1 \Rightarrow x-1=1 \Rightarrow x=2 \quad x-1=-1 \Rightarrow x=-2$ غ ق ق چون $x>0$ $x<0 \Rightarrow -(x-1)^2=1 \Rightarrow (x-1)^2=-1 \Rightarrow$ غ ق ق پس این عبارت فقط یک ریشه دارد ✓ (۲)	۱
$\left\|\frac{2x-1}{x}\right\|<2 \Rightarrow -2<\frac{2x-1}{x}<2 \Rightarrow \frac{2x-1}{x}<2 \Rightarrow \frac{2x-1}{x}-2<0 \Rightarrow \frac{2x-1-2x}{x}<0 \Rightarrow \frac{-1}{x}<0$ $\Rightarrow x>0$ (I) $\Rightarrow -2<\frac{2x-1}{x} \Rightarrow \frac{2x-1}{x}+2>0 \Rightarrow \frac{2x-1+2x}{x}>0 \Rightarrow \frac{4x-1}{x}>0$ (II) $\Rightarrow I\cap II \Rightarrow x>\frac{1}{4}$ $\left\|\frac{x-2}{2x+1}\right\|>1 \Rightarrow \frac{x-2}{2x+1}>1 \Rightarrow \frac{x-2-2x-1}{2x+1}>0 \Rightarrow \frac{-x-3}{2x+1}>0$ (I) $\frac{x-2}{2x+1}<-1 \Rightarrow \frac{x-2+2x+1}{2x+1}<0 \Rightarrow \frac{3x-1}{2x+1}<0$ (II) $\Rightarrow I\cap II \Rightarrow (-3, -\frac{1}{2})$ ۱,۲۵ — $x>\frac{1}{4}$	۲
$x^2<\|x+4\| \Rightarrow \|x+4\| \begin{cases} x+4 & x\geq -4 \\ -x-4 & x<-4 \end{cases} \Rightarrow x^2<x+4 \Rightarrow x^2-x-4<0 \Rightarrow (x-3)(x+2)<0 \Rightarrow -2<x<3$ $\Rightarrow x^2<-(x+4) \Rightarrow x^2+x+4<0 \Rightarrow \Delta=1-24=-23<0 \Rightarrow$ بدون جواب $\Rightarrow \|x-\alpha\|<\beta \Rightarrow \alpha=$ مرکز بازه $\beta=$ نصف طول بازه $\alpha=\frac{-2+3}{2}=+\frac{1}{2} \Rightarrow \alpha=\frac{1}{2}$ ✓ $\beta=\frac{5}{2}$ (۲)	۳
$y=\|x+1\|-\|2x\|+\|x-2\|$ -1, 0, 2: $-x-1+2x+2-x$ (3); $x+1+2x+2-x = 2x+3$; $x+1-2x+2-x=-2x+3$; $x+1-2x+x-2$ (-1) $3+(-1)=2$ ✓ مجموع کمترین و بیشترین مقدار (۲)	۴
$y=\|\frac{1}{2}x\|-2 \Rightarrow y=\|\frac{x+4}{2}\|-2+1 \Rightarrow y=\|\frac{x+4}{2}\|-1 \Rightarrow \|\frac{x}{2}\|-2=\|\frac{x+4}{2}\|-1$ $\Rightarrow \|\frac{x}{2}\|-\|\frac{x+4}{2}\|=1$ -4, 0: $-\frac{x}{2}+\frac{x+4}{2}=1$, $2\neq 1$; $-\frac{x}{2}-\frac{x+4}{2}=1$, $-x-2=1$, $x=-3$ ✓; $\frac{x}{2}-\frac{x+4}{2}=1$, $-2\neq 1$ (۲)	۵

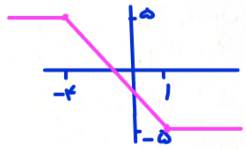
فقط با طول ۳- متقاطع هستند

الف) $[|1-x|-|x+4|] \Rightarrow \begin{cases} x\le -4 \Rightarrow 5 \\ -4<x<0 \Rightarrow -2x-3 \\ x\ge 0 \Rightarrow -5\end{cases}$ $\quad R_f \Rightarrow [5,-5]$ ۱/۷۵

چون براکت داریم، برد فقط شامل اعداد صحیح این بازه می‌باشه

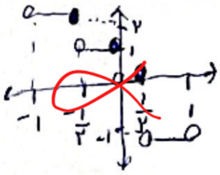
ب) $f(x)=\frac{1}{x}-[\frac{x+1}{x}] \Rightarrow \frac{1}{x}-[1+\frac{1}{x}] \Rightarrow \frac{1}{x}-[\frac{1}{x}]-1 \Rightarrow 0\le \frac{1}{x}-[\frac{1}{x}]<1 \Rightarrow -1\le \frac{1}{x}-[\frac{1}{x}]-1<0$ ۶

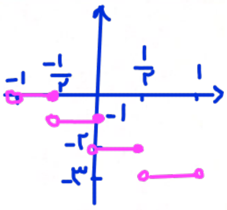
$[|x-1|-|x+4|]$ تابع پله‌ای



$R=\{-5,-4,\dots,5\}$ الف

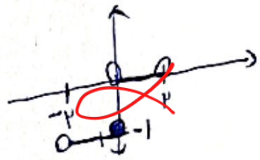
الف) $f(x)=[-2x]+1 \quad (-1,1)$ ۰

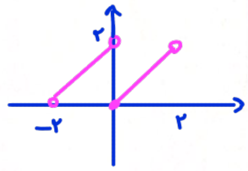




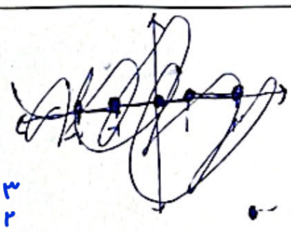
۷

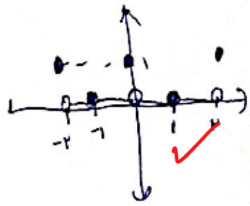
ب) $f(x)=x-2[\frac{x}{2}]$





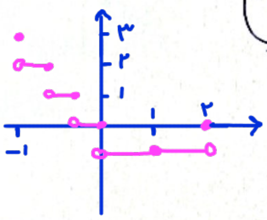
الف) $[||x|-1|] \quad x\in[-2,2]$ ۱/۷۵

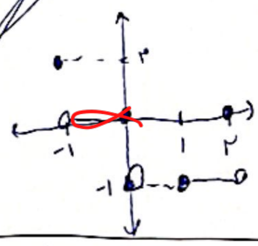




۸

ب) $[x^2-2x] \quad x\in[-1,2]$





$a+[b]=4/2 \quad b-[a]=2/4 \Rightarrow [a]=m, [b]=n \quad m,n\in Z \Rightarrow a=4/2-n \quad b=2/4+m$ ۲

$\Rightarrow m\le a<m+1 \quad n\le b<n+1 \Rightarrow m\le 4/2-n<m+1 \Rightarrow m+n\le 4/2<m+n+1 \Rightarrow m+n=4$

$\Rightarrow n-m\le 2/4<n-m+1 \Rightarrow n-m=2 \Rightarrow \begin{cases} m+n=4 \\ n-m=2\end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} n=3 \\ m=1\end{matrix} \Rightarrow a=4/2-3=1/2$ ۹

$b=2/4+1=3/4$

$\Rightarrow a+b=1/2+3/4=4/6$

$(1+\sqrt{2})^4+(1-\sqrt{2})^4=198 \Rightarrow 1-\sqrt{2}\simeq -0/414 \Rightarrow |1-\sqrt{2}|<1 \Rightarrow 0<(1-\sqrt{2})^4<1$

$\Rightarrow 0<(1-\sqrt{2})^4<1 \Rightarrow 197<(1+\sqrt{2})^4<198 \Rightarrow [(1+\sqrt{2})^4]=197$ ۲

۱۰

ب)

$|\frac{x-2}{2x+1}|>1 \quad x\neq -\frac{1}{2}$

$|x-2|>|2x+1| \xrightarrow{\text{توان ۲}} x^2-4x+4>4x^2+4x+1$

$3x^2+8x-3<0 \to$

-3		$\frac{1}{3}$	
+		−	+

$(-3,\frac{1}{3})-\{-\frac{1}{2}\}$