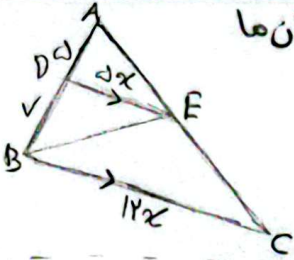


چون هر دو مثلث BCE و BDE ارتفاع یکسانی دارند، پس نسبت مساحت آن‌ها همان نسبت قاعده آن‌هاست:



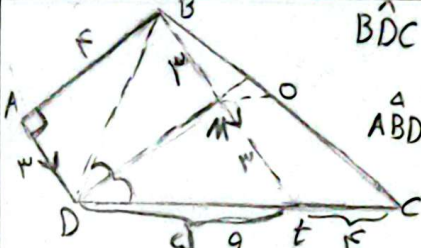
$$\frac{S_{BCE}}{S_{BDE}} = \frac{\frac{1}{2} \times h \times BC}{\frac{1}{2} \times h \times DE} = \frac{BC}{DE} = \frac{12x}{4x} = \boxed{3/1}$$

$\hat{A} = \hat{A}$
 $\hat{D} = \hat{B} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle ADE \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} = \frac{4}{12}$

$\hat{BDC} = 2\hat{BDM} \Rightarrow \hat{BDM} = \hat{DMC} \Rightarrow \hat{BDM} \cong \hat{DMC} \Rightarrow \begin{cases} BD = DC \\ BM = CM = 3 \end{cases}$

$\triangle ABD: 3^2 + 4^2 = BD^2 \Rightarrow BD = 5 \Rightarrow DC = 5$

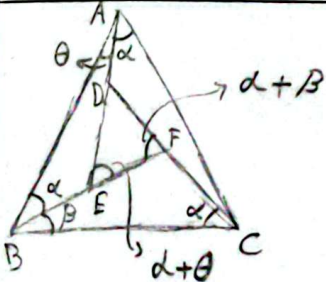
حال سعی به موازات خط DC در مثلث BCE می‌کشیم و آن را DE می‌نامیم:



$$\frac{BM}{DC} = \frac{DM}{DE} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{DM}{4} \Rightarrow \boxed{DM = 2.4}$$

فاصله نقطه M از وسط فاصل BC

با توجه به شکل و دوایره دو مثلث ABC و DEF بنابر دو زاویه متساویه اند:



$$\frac{AC}{DE} = \frac{BC}{DF} = \frac{AB}{EF} \Rightarrow \frac{1}{2/3} = \frac{AB}{3} \Rightarrow AB = \frac{3 \times 1}{2/3} = \boxed{4.5}$$

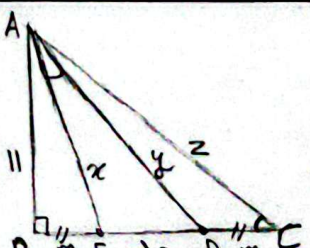
$\begin{cases} \hat{BCE} = \hat{AMF} \\ \hat{B} = \hat{A} \end{cases} \Rightarrow \triangle BCM \sim \triangle AMF \Rightarrow \frac{3}{x} = \frac{3\sqrt{10}}{\sqrt{x^2+9}} \Rightarrow \boxed{AF = \frac{3}{2}}$

$\rightarrow 3 \times \sqrt{10} = 3 \sqrt{x^2+9} \rightarrow 9x^2 \times 10 = 9x^2 + 81 \rightarrow 36x^2 = 81 \rightarrow \boxed{x = \frac{3}{2}}$

$\triangle BME \sim \triangle CDE \Rightarrow ME = \frac{1}{2} CE$ و $MC = 3\sqrt{10} \Rightarrow \begin{cases} ME = \sqrt{10} \\ CE = 2\sqrt{10} \end{cases}$

$MF = \frac{3}{2} \sqrt{10} \rightarrow S_{MEF} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \sqrt{10} \times \sqrt{10} = \frac{3 \times 10}{4} = \boxed{7.5}$

دو مثلث AED و ACF با حالت تساوی دو زاویه متساویه اند:



$$\frac{x}{10+m} = \frac{4}{2} = \frac{10}{x} \rightarrow x^2 = 10(10+m)$$

از طرفی $\rightarrow 121 + m^2 = x^2 \Rightarrow 121 + m^2 = 100 + 10m$

$\rightarrow m^2 - 10m + 21 = 0 \rightarrow (m-7)(m-3) = 0 \rightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = 7 \end{cases}$

در اینجا DC را برابر m در نظر گرفته ایم.

$EF^2 = DF \times FC$
 $19 = 1 \times FC \rightarrow \boxed{FC = 19}$

$BA^2 = 4 \times 20 \rightarrow BA = 4\sqrt{5}$

$AB^2 + BC^2 = AC^2 \rightarrow 10 + BC^2 = 400 \rightarrow BC^2 = 390 \rightarrow \boxed{BC = \sqrt{390} = 19\sqrt{10}}$

در مثلث متساوی الساقین، میانه مربوط به رأسی که دو ضلع میاور آن با هم برابر است، همان نیمساز آن زاویه هم هست.

$AH^2 + BH^2 = AB^2 \rightarrow AB = AC$
 $4^2 + 4^2 = AB^2 \rightarrow AB = 8\sqrt{2}$

چون در مثلث AHC، دو ضلع با هم برابرند و یکی از زوایایا ۹۰ درجه است، بنابراین $A_1 = C = 45^\circ$

حال از رأس B میانه ای بر ضلع AC رسم می کنیم: میانه ای نظیر ه سابق $A_1 = A_2 = 45^\circ$

$AB^2 + AE^2 = BE^2 \rightarrow 128 + 32 = 160 \rightarrow BE = \sqrt{160} = 4\sqrt{10}$

$BC^2 = BD^2 + DC^2 = 4 + 16 = 20 \rightarrow \boxed{BC = 2\sqrt{5}}$

$BE^2 = BD^2 + DE^2 \rightarrow 4 + x^2 - 14x + 16 = x^2 \rightarrow 14x = 20 \rightarrow x = \frac{10}{7}$

$BE = EC = \sqrt{5}$

$EA = \frac{2\sqrt{5}}{7}$

$BE^2 = \frac{4 \times 20}{100} = \frac{8}{25} + y^2 \rightarrow y^2 = \frac{12}{25} \rightarrow y = \frac{2\sqrt{3}}{5} \rightarrow \frac{2\sqrt{3}}{5} = \frac{\sqrt{3}}{5} \rightarrow EO = \frac{\sqrt{3}}{5}$

$AB^2 = AC^2 + BC^2 \rightarrow AB^2 = 11 + 9 = 20 \rightarrow AB = 2\sqrt{5}$

$\triangle ABC : AC^2 = AD \times AB \Rightarrow 9 = AD \times 2\sqrt{5} \rightarrow AD = \frac{9}{2\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{10}$

$AB - AD = \frac{20\sqrt{5}}{10} - \frac{3\sqrt{5}}{10} = \frac{17\sqrt{5}}{10} = BD$

چون زوایای دو خط DE و AC با هم برابرند، پس با هم موازی اند و طبق تالس داریم:

$\frac{BD}{AB} = \frac{BE}{BC} \rightarrow \frac{17\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} = \frac{BE}{9} \rightarrow \boxed{BE = \frac{11}{10} = 1.1}$

$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 20 + 16 = 36 \rightarrow AC = 6$

از طرفی: $BC^2 = CH \times AC \rightarrow 16 = CH \times 6 \rightarrow CH = \frac{8}{3}$

$AH = AC - CH = 6 - \frac{8}{3} = \frac{10}{3} \rightarrow AH = 2x = \frac{10}{3} \rightarrow x = \frac{5}{3}$

چون زوایای ایجا دشته توسط دو خط DE و BC برابرند، پس این دو خط موازی اند و طبق تالس داریم:

$\frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} \rightarrow \frac{5}{6} = \frac{DE}{12} \rightarrow \boxed{DE = 10}$