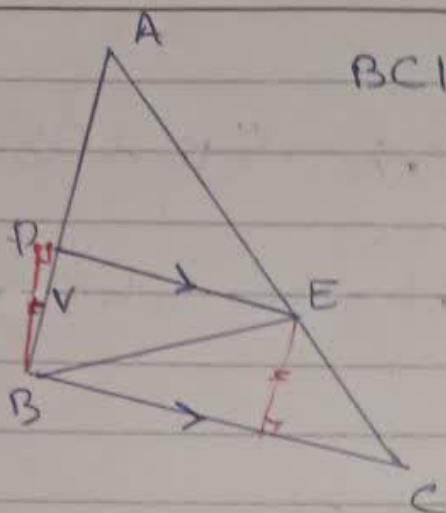




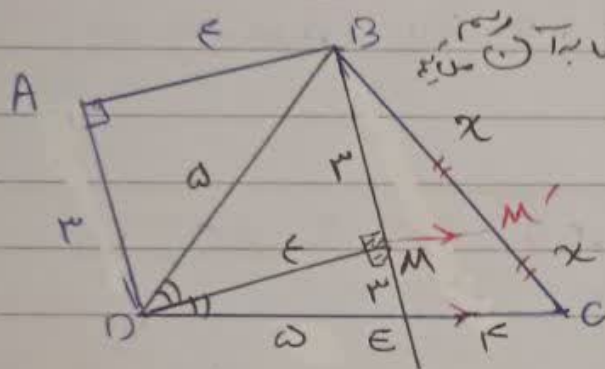
$$BC \parallel DE \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} = \frac{5}{12} \Rightarrow \frac{BC}{DE} = \frac{12}{5}$$

این در مثلث هم ارتفاع هستند در نتیجه

$$\frac{S_{\triangle BCE}}{S_{\triangle BDE}} = \frac{BC}{DE} = \frac{12}{5} = 2,4 \checkmark$$

(۲)

①



از B خطی موازی AD می‌کشیم سپس از D عمودی بر آن می‌کشیم تا آن را در نقطه M قطع کند.

با توجه به شکل چهار ضلع ABMD مستطیل است.

زمانی که MM' را رسم می‌کنیم متوجه می‌شویم در مثلث BCE اضلاعی متناسب ایجاد پس

۱۵- با اساس معکس قضیه تالس $MM' \parallel EC$ است و قضیه تالس را برای آن اجرا می‌کنیم:

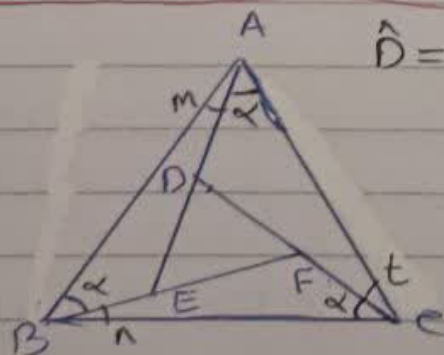
$$BD^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow BD = 5$$

$$MM' \parallel EC \Rightarrow \frac{MM'}{EC} = \frac{x}{3x} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow MM' = 1 \checkmark$$

(۲)

②



$$\hat{D} = \alpha + t \quad \hat{F} = \alpha + n \quad \hat{E} = \alpha + m$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \hat{F} = \hat{B} \\ \hat{D} = \hat{C} \\ \hat{E} = \hat{A} \end{cases} \Rightarrow \triangle DEF \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{AB}{3} = \frac{1}{2,4}$$

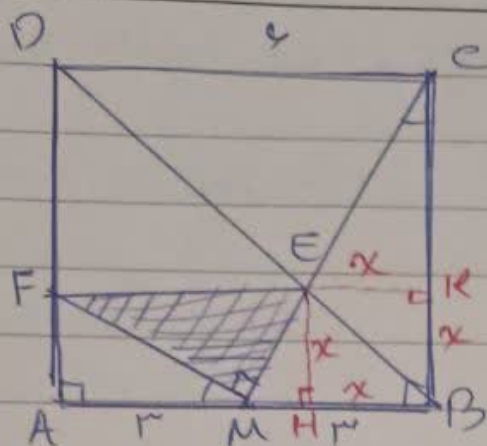
$$\Rightarrow 2,4 AB = 3 \Rightarrow AB = 1,25$$

25

$$\Rightarrow AB = \frac{3}{2,4} = 1,25 \Rightarrow AB = 1,25 \checkmark$$

(۲)

③



$$\begin{cases} \hat{BCE} = \hat{AMF} \\ \hat{A} = \hat{B} = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \triangle BCE \sim \triangle AMF$$

$$\rightarrow \frac{BM}{AF} = \frac{BC}{AM} \Rightarrow \frac{r}{AF} = \frac{4}{r} \Rightarrow AF = \frac{r}{4}$$

$$MF^2 = AM^2 + AF^2 \Rightarrow MF^2 = r^2 + \left(\frac{r}{4}\right)^2 = r^2 + \frac{r^2}{16} = r^2 \times \frac{17}{16}$$

$$\Rightarrow MF = \frac{r}{4} \sqrt{17}$$

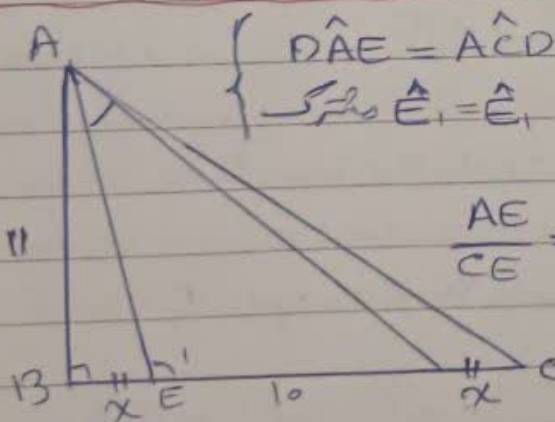
از E به BC و BM ارتفاع رسم می‌کنیم. در مربع قطر عمود است بنابراین با توجه به شکل چهار ضلعی EKBH مربع به ضلع x است و داریم:

$$EK \parallel MB \Rightarrow \frac{CK}{BC} = \frac{EK}{MB} \Rightarrow \frac{4-x}{4} = \frac{x}{r} \Rightarrow 4-x = \frac{4x}{r} \Rightarrow x = r$$

$$\Rightarrow MH = r - x = r - r = 0 \quad ME^2 = EH^2 + MH^2 = r^2 + 1^2 = \Delta \Rightarrow ME = \sqrt{\Delta}$$

$$S_{\triangle EFM} = \frac{1}{2} MF \cdot ME = \frac{1}{2} \times \frac{r}{4} \sqrt{\Delta} \times \sqrt{\Delta} = \frac{1\Delta}{8} = \frac{17}{8} \sqrt{\Delta}$$

مساحت مثلث مثلث
ها را در نظر ده



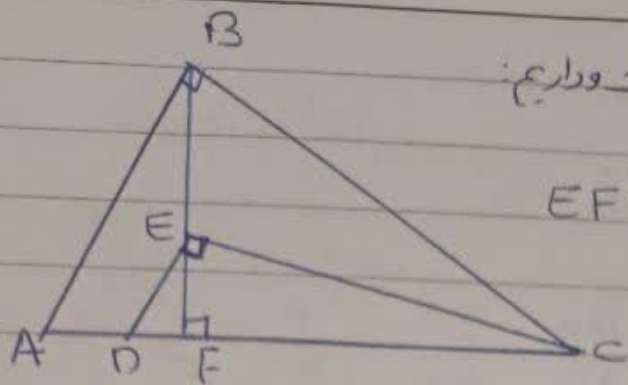
$$\begin{cases} \hat{DAE} = \hat{ACD} \\ \hat{A} = \hat{A} \end{cases} \Rightarrow \triangle ADE \sim \triangle AEC \Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{AE}{CE} = \frac{ED}{AE}$$

$$\frac{AE}{CE} = \frac{ED}{AE} \Rightarrow AE^2 = ED \cdot CE = 10(10+x) = 100 + 10x$$

$$\Rightarrow AE^2 = 100 + 10x$$

$$AE^2 = AB^2 + BE^2 \Rightarrow AE^2 = 11^2 + x^2 = 100 + 10x \Rightarrow x^2 - 10x + 21 = 0$$

$$\Rightarrow (x-3)(x-7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=3 \checkmark \text{ اینم درست} \\ x=7 \Rightarrow DC=7 \checkmark \end{cases}$$



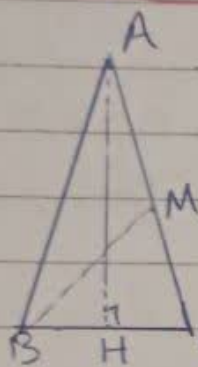
در مثل قائم الزویه DEC ارتفاع وارد بر وتر است و داریم:

$$EF^2 = DF \cdot FC \Rightarrow 4^2 = 1 \times FC \Rightarrow FC = 14$$

(۲)

همچنین در مثل قائم الزویه ABC، ارتفاع BF، ارتفاع وارد بر وتر است و داریم:

$$BC^2 = CF \cdot CA = 14 \times (14 + 4) = 14 \times 18 \Rightarrow BC = \sqrt{252} = 18\sqrt{2} \checkmark$$



در مثل متساوی الساقین، میانه قاعده هم زمان ارتفاع هم هست

$$AH^2 + HC^2 = AC^2 \Rightarrow 1^2 + 1^2 = AC^2 \Rightarrow AC = \sqrt{2}$$

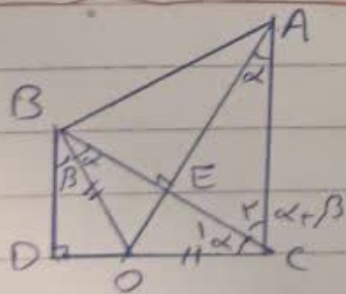
$$m_a = \frac{1}{2} \sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2} \text{ فرمول طول میانه وارد بر ضلع } a \text{ در مثل}$$

$$a = AB = \sqrt{2} \quad b = AC = \sqrt{2} \quad c = BC = 14 \quad (۲)$$

$$m_{AC} = m_{AB} = \frac{1}{2} \sqrt{2(\sqrt{2})^2 + 2(14)^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{1}{2} \sqrt{44} \checkmark$$

$$\Rightarrow m = \sqrt{11} \checkmark$$

طول میانه هر ساق برابر $\sqrt{11}$ است



مثلث $\triangle DOC$ متساوی الساقین است و زوایای برابر را

α می نامیم. OE میانه، نیمساز و عمود منصف است.

$\triangle BDO = \beta$ داریم: $2\alpha + \beta = 90^\circ$ و با این زوایا طبق همین نامگذاری می کنیم

$$BC^2 = 2^2 + 4^2 \Rightarrow BC^2 = 20 \Rightarrow BC = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

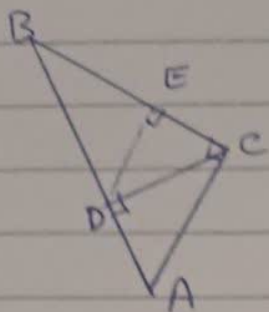
$$\Rightarrow BC = 2BE = 2EC \Rightarrow BE = EC = \sqrt{5} \quad (۲)$$

$$\hat{A} = \hat{C}_1 = \alpha$$

$$\hat{B} = \hat{C}_2 = \alpha + \beta$$

$$\Rightarrow \triangle AEC \sim \triangle BCD \Rightarrow \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{4}{AE} = \frac{2\sqrt{5}}{5} \Rightarrow AE = \sqrt{5}$$

$$S_{\triangle ABE} = \frac{AE \times EC}{2} = \frac{(\sqrt{5})(\sqrt{5})}{2} = \frac{5}{2} \checkmark$$



$$AB^2 = AC^2 + BC^2 \Rightarrow AB^2 = 9^2 + 1^2 = 90$$

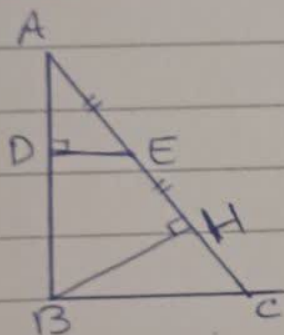
$$\Rightarrow AB = 3\sqrt{10}$$

$$AC^2 = AD \times AB \Rightarrow 9 = AD \times 3\sqrt{10} \Rightarrow AD = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$CD^2 = AC^2 - AD^2 = 9 - \frac{9}{10} = \frac{81}{10} \Rightarrow CD = \frac{9}{\sqrt{10}}$$

$$CD^2 = EC \times 9 \Rightarrow \frac{81}{10} = EC \times 9 \Rightarrow EC = \frac{1}{10} \Rightarrow BE = BC - EC$$

$$\Rightarrow BE = 9 - \frac{1}{10} = 8.9 \Rightarrow BE = 8.9 \checkmark$$



$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow AC^2 = 14^2 + 12^2 = 340$$

$$\Rightarrow AC = \sqrt{340}$$

$$BH \times AC = AB \times BC \Rightarrow BH \times \sqrt{340} = 14 \times 12 \Rightarrow BH = \frac{14 \times 12}{\sqrt{340}}$$

$$\Rightarrow BH = 9.4$$

$$AH^2 + BH^2 = AB^2 \Rightarrow AH^2 + 9.4^2 = 14^2 \Rightarrow AH = \sqrt{14^2 - 9.4^2} = 10.1$$

$$AE = \frac{AH}{\sqrt{340}} = 10.1$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{D} = \hat{H} = 90^\circ \\ \hat{A} = \hat{A} \text{ مشترک} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ADE \sim \triangle ABH$$

$$\rightarrow \frac{DE}{BH} = \frac{AE}{AB}$$

$$\Rightarrow \frac{DE}{9.4} = \frac{10.1}{14} \Rightarrow DE = 11.8 \checkmark$$