بنیامین نوروزی - تکلیف ۲۳ - یازدهم پسر B

① $b=\frac{\log_{n}^{m^{۲}n}}{\log_{n}^{mn}}=\frac{\log_{n}^{m}+\log_{n}^{m}+\log_{n}^{n}}{\log_{n}^{m}+\log_{n}^{n}}=\frac{۲a+۱}{a+۱}=۱+\overset{۰<x<۱}{\frac{a}{a+۱}}\Rightarrow\boxed{b=۱}$

---

② الف) یا می‌توانیم شکل لگاریتم را رسم کنیم $\Rightarrow D_f=(۰،۱)$

$\frac{x}{\log_{\frac{۱}{۲}}^{x}}\geq ۰\to$ ⓪ ①

$\log_{\frac{۱}{۲}}\to -\log_{۲}^{x}$

$۰\quad ۱$

ت‌ن ∅ + ت‌ن −

$\log_{\frac{۱}{۲}}^{x}\to\boxed{x>۰}$

ب) $x^{۲}-۱\geq ۰\to x^{۲}\geq ۱$

$\boxed{x\geq ۱ \text{ یا } x\leq -۱}$

$x^{۲}-x-۲>۰$

$(x-۲)(x+۱)$ ② (-۱)

$-۱\quad ۲$

+ ت‌ن − ت‌ن +

$\to\boxed{x<-۱ \text{ یا } x>۲}$

$\sqrt{x^{۲}-۱}+۱\neq ۰\Rightarrow\sqrt{x^{۲}-۱}\neq -۱$ همواره درست

$\Rightarrow D_f=(-\infty،-۱)\cup(۲،+\infty)$

---

③ $۲\log_{۹}^{a}+\log_{a}^{۳}=\cancel{\log_{۳}^{a}}+\cancel{\log_{a}^{۳}}=۲\Rightarrow\boxed{a=۳}$

$۱\quad ۱$

$\log_{۳}^{a}+\frac{۱}{\log_{۳}^{a}}=\frac{(\log_{۳}^{a})^{۲}+۱}{\log_{۳}^{a}}=\frac{t^{۲}+۱}{t}=۲\Rightarrow t^{۲}-۲t+۱=۰$

$\boxed{t=۱}$

$\Rightarrow\log_{۳}^{a}=۱\Rightarrow\boxed{a=۳}$

---

④ $\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=\frac{(\log^{۹})^{۲}+۴\log^{\frac{۵}{۳}}\log^{۱۵}}{|\log^{\frac{۵}{۳}}|}=\frac{(۲\log^{۳})^{۲}+۴(\overset{۱}{\cancel{\log^{۱۰}}}-\log^{۲}-\log^{۳})(\overset{۱}{\cancel{\log^{۱۰}}}-\log^{۲}+\log^{۳})}{\underset{۱}{\cancel{\log^{۱۰}}}-\log^{۲}-\log^{۳}}=\frac{(۰٫۸)^{۲}+۴(۰٫۳)(۱٫۱)}{۰٫۳}=\frac{\sqrt{\overset{۱٫۹۶}{\cancel{۰٫۶۴+۱٫۳۲}}}}{۰٫۳}=\frac{۱٫۴}{۰٫۳}$

$=\frac{۱۴}{۳}$

---

⑤ $\log_{۱۴}^{۱۰}=\frac{\log_{۲}^{۱۰}}{\log_{۲}^{۱۴}}=\frac{\log_{۲}^{۵}+\log_{۲}^{۲}}{\log_{۲}^{۷}+\log_{۲}^{۲}}=\frac{۲+۱}{۲٫۸+۱}=\frac{۳۰}{۳۸}=\frac{۱۵}{۱۹}$

$\log_{۲}^{۵}=\frac{۱}{\frac{۱}{۲}}=۲$

---

⑥ $\log_{۱۵}^{۶}=\frac{\log_{۳}^{۳}+\log_{۳}^{۲}}{\log_{۳}^{۵}+\log_{۳}^{۳}}=\frac{۱+\frac{۱۰}{۱۶}}{۱٫۵+۱}=\frac{\frac{۲۶}{۱۶}}{۲٫۵}=\frac{۲۶}{۴۰}=\frac{۱۳}{۲۰}$

$\log_{۳}^{۲}=\frac{۱}{\frac{۱۶}{۱۰}}=\frac{۱۰}{۱۶}$

---

⑦ $m=\log_{۸}^{۱۸}+\log_{۸}^{۸}=\log_{۸}^{۱۴۴}\xrightarrow{۸=۴^{\frac{۳}{۲}}}=\frac{۴}{۳}\log_{۴}^{۱۲}=\frac{۴}{۳}\log_{۴}^{۱۲}=m+۱\Rightarrow\log_{۴}^{۱۲}=\frac{(m+۱)۳}{۴}$

اگر بخواهیم عدد بدهیم حدودا می شود (۱٫۸)

---

⑧ $\left(\frac{۲}{۵}\right)^{۲x-۱}=\left(\frac{۵^{۳}}{۲^{۳}}\right)^{x^{۲}}=\left(\frac{۲}{۵}\right)^{-۳x^{۲}}\Rightarrow -۳x^{۲}=۲x-۱\Rightarrow ۳x^{۲}+۲x-۱=۰\to\frac{-۲\pm\sqrt{\cancel{۴}+۱۲}^{\,۴}}{۶}$

$\to x=\frac{۱}{۳}$ ✓

$\to x=\frac{-۴}{۳}$ غ‌ق‌ق

$\to ۹x+۱>۰\to\boxed{x>\frac{-۱}{۹}}\Rightarrow$

$\log_{۸}^{(۳+۱)}=\frac{۱}{۳}(\log_{۲}^{۴})=\frac{۲}{۳}$

---

⑨ $(a+۱)\frac{۲}{۳}=(\log_{۲}^{۳}+\log_{۲}^{۲})\frac{۲}{۳}=\frac{۲}{۳}\log_{۲}^{۶}=\log_{۸}^{۳۶}\Rightarrow b=۳۶\Rightarrow\log^{(۱۰۸-۸)}=\log^{۱۰۰}=۲$

---

⑩ $a=\frac{b+c}{۲}\to\boxed{۲a=b+c}$

$\frac{۱}{S}=\frac{۱}{\frac{-b}{-۴a}}=\frac{۴a}{b}=\log^{۴}\Rightarrow\log^{۲}=\frac{۲a}{b}\Rightarrow a=b\log^{\sqrt{۲}}$

↳ $c=۲a-b=۲b\log^{\sqrt{۲}}-b=b(\log^{۲}-۱)=b(\log^{۲}-\log^{۱۰})=b\log^{۵^{-۱}}=c$

$۲^{\frac{-۱}{۸}\times\frac{c}{a}}=۲^{\frac{-۱}{۸}\left(\frac{\cancel{b}\log^{۵^{-۱}}}{\cancel{b}\log^{\sqrt{۲}}}\right)}$

$=۲^{\frac{-۱}{۸}\log_{۲^{\frac{۱}{۲}}}^{۵^{-۱}}}=۲^{\frac{۱}{۴}\log_{۲}^{۵}}=۲^{\log_{۲}^{۵^{\frac{۱}{۴}}}}=۵^{\frac{۱}{۴}}$