نام و نام خانوادگی ....[illegible].... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۲۴... کلاس ....یازدهم....

۱

$\xrightarrow{x=1} y=1\ ,\ f(x)=3^{A+B} \Rightarrow 3^{A+B}=1 \Rightarrow A+B=0$

$\xrightarrow{x=3} y=9\ ,\ f(x)=3^{3A+B} \Rightarrow 3^{3A+B}=9 \Rightarrow 3A+B=2$

$\Big\} \ 2A=2 \Rightarrow A=1\ ,\ B=-1$

$\rightarrow f(x)=3^{x-1} \xrightarrow{\text{عرض از مبداء}} (x=0) \rightarrow f(0)=3^{-1}=\frac{1}{3}$

۲

$\log_2(4^x+15)=x+3 \Rightarrow 2^{x+3}=4^x+15 \rightarrow 2^x\times 8=(2^x)^2+15 \rightarrow 2^x=t$

$\Rightarrow t^2-8t+15=0 \rightarrow (t-3)(t-5)=0 < \begin{matrix} t=3 \rightarrow 2^x=3 \rightarrow x=\log_2 3 \\ t=5 \rightarrow 2^x=5 \rightarrow x=\log_2 5 \end{matrix}$

$\rightarrow x_1+x_2=\log_2 3+\log_2 5=\log_2 15$

۳

$\log_{21}3\times\log_{21}3+(1+\log_{21}7)(2+\log_{21}3)$

$2+\log_{21}3+\underbrace{2\log_{21}7}_{\log_{21}49}+\log_{21}3\,\log_{21}7 = 2+\log_{21}147+\log_{21}3\times\log_{21}7$

$\log_{21}3(\underbrace{\log_{21}3+\log_{21}7}_{\log_{21}21=1})+2+\log_{21}147=\log_{21}3+2+1+\log_{21}7=3+\log_{21}21=4$

۴

$\log(x^2-2x+1)=\log(1-x)^2=2\log(1-x)$

$\rightarrow 2\log(1-x)+3\log(1-x)=5 \rightarrow 5\log(1-x)=5 \rightarrow \log_{10}(1-x)=1$

$\rightarrow 1-x=10 \Rightarrow x=-9$

۵

$\log_2(x^2+2x+4)+\log_2(x-2)=3 \rightarrow \log_2(x-2)(x^2+2x+4)=3$

$\log_2 (x^3-8)=3 \rightarrow x^3-8=8 \rightarrow x^3=16 \rightarrow x=\sqrt[3]{16}$

$\log_{\sqrt[3]{2}}x=\log_{\sqrt[3]{2}}\sqrt[3]{16}=\log_{2^{\frac{1}{3}}}16^{\frac{1}{3}}=\log_2 16=4$

۶

$\log \frac{۱}{(x-۲)^۲} = \log (x-۲)^{-۲} = \log (۲-x)^{-۲} \rightarrow \log (۲-x) - \log (۲-x)^{-۲} = \log \frac{(۲-x)}{(۲-x)^{-۲}}$

$= \log (۲-x)^۳ = ۳ \rightarrow (۲-x)^۳ = ۱۰^۳ \Rightarrow ۲-x = ۱۰ \rightarrow -x = ۸$

$\Rightarrow \log_{\sqrt{۲}}^{(-x)} = \log_{\sqrt{۲}}^{۸} = \log_{۲^{۱/۲}}^{۲^۳} = ۶ \log_۲^۲ = \boxed{۶}$

۷

$۳^{x^۲-۲} = ۳^{۴x} \rightarrow x^۲ - ۲ = ۴x \rightarrow x^۲ - ۴x - ۲ = ۰ \rightarrow x = \frac{۴ \pm \sqrt{۲۴}}{۲} = ۲ \pm \sqrt{۶}$

$\log_۶^{(x-۲)} \rightarrow x-۲ > ۰ \rightarrow x > ۲ \rightarrow \begin{cases} x = ۲-\sqrt{۶} & \times \\ x = ۲+\sqrt{۶} & \checkmark \end{cases} \Rightarrow x-۲ = ۲+\sqrt{۶}-۲ = \sqrt{۶}$

$\rightarrow \log_۶^{(x-۲)} = \log_۶^{\sqrt{۶}} = \frac{۱}{۲}$

۸

$\log_{۱۸}^{۸} = \frac{\log_۳^۸}{\log_۳^{۱۸}} = \frac{۳\log_۳^۲}{\log_۳^۹ + \log_۳^۲} = \frac{۳ \times \frac{۵}{۸}}{۲ + \frac{۵}{۸}} = \frac{\frac{۱۵}{۸}}{\frac{۲۱}{۸}} = \frac{۱۵}{۲۱} = \boxed{\frac{۵}{۷}}$

۹

$\log_{۱۲}^{۶} = \frac{\log_۴^۶}{\log_۴^{۱۲}} = \frac{\log_۴^۲ + \log_۴^۳}{\log_۴^۳ + \log_۴^۴} = \frac{\frac{۱}{۲} + \frac{۸}{۱۰}}{\frac{۸}{۱۰} + ۱} = \frac{۱/۳}{۱/۸} = \frac{۱۳}{۱۸}$

۱۰

$\xrightarrow{x=-۱} a\log ۲ - a + b\log ۲ = ۰ \rightarrow \log ۲^a + \log ۲^b - a = ۰ \rightarrow \log_{۱۰}^{۲^{a+b}} = a$

$\rightarrow ۲^{a+b} = ۱۰^a \rightarrow ۲^a \times ۲^b = ۲^a \times ۵^a \Rightarrow ۲^b = ۵^a$

$\rightarrow (\sqrt{۲})^{b/a} = (۲^{۱/۲})^{b/a} = ۲^{\frac{b}{۲a}} = (۲^b)^{\frac{۱}{۲a}} = (۵^a)^{\frac{۱}{۲a}} = ۵^{\frac{a}{۲a}} = ۵^{\frac{۱}{۲}} = \sqrt{۵}$