یازدهم تیر B

۱) پرسش‌های تشریحی

$y = a^x$

$f(1) = 1 \Rightarrow a^{A+B} = 1 \Rightarrow A+B = 0$

$f(2) = 9 \Rightarrow a^{2A+B} = 9 \Rightarrow 2A+B = 2$

$2A = 2 \Rightarrow A = 1 \quad B = -1$

$f(x) = a^{x-1} \Rightarrow f(0) = a^{-1} = \frac{1}{3}$

$\log_2^{(x^2+15)} = x+3 \Rightarrow x^2+15 = 2^{x+3}$

$= 2^x \times 2^3 + 15 = 8 \times 2^x$

$t^2 - 8t + 15 = 0$

$(t-3)(t-5)$

$t = 3 \Rightarrow 2^x = 3 \Rightarrow \log_2^3 = x$

$t = 5 \Rightarrow 2^x = 5 \Rightarrow \log_2^5 = x$

$y = 4^x$

$\log_2^{15} = x \log_2^5 + x \log_2^3$

---

۳)

$(\log_{12}^3)^2 + \log_{12}^{144} \log_{12}^{(144)}$

$(\log_{12}^3)^2 + (\log_{12}^{144} - \log_{12}^3)(\log_{12}^{144} + \log_{12}^3) = (\log_{12}^{144})^2 = 2^2 = 4$

$(\log_{12}^3)^2 - (\log_{12}^{144})^2$

---

۴)

$\log_3^{(x-1)} = 1 \Leftrightarrow (x-1) = 3 \Rightarrow x = 4$

$\log_2^{(1+2x-x^2)} + 3\log_2^{(x-1)} + 4\log_2^{(x-1)} = 5$

$\log_2^{(x-1)^2} + \log_2^{(x-1)^3} + \log_2^{(x-1)^4} = 2$

$1-x = 1$

$x = -9$

$\log_3^9 = 2$

---

۵)

$\log_2^{(x^3-1)} = 3$

$x^3 - 1 = 8$

$x^3 = 9$

$x = 2^{\frac{3}{3}}$

$\log_2^{2^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{3}$

---

۶)

$\log(x-2) - \log\frac{1}{(x-2)^2} = 3$

$\log(x-2) + \log(x-2)^2 = 3$

$\log(x-2)^3 = 3$

$(x-2)^3 = 10^3$

$x-2 = 10$

$x = 12$

$\log_2^{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$

---

۷)

$3^{x^2-2x} = 81^x$

$3^{x^2-2x} = 3^{4x}$

$x^2 - 2x = 4x$

$x^2 - 6x = 0$

$x(x-6) = 0$

$x = 0 \quad \frac{6 \pm \sqrt{36+4}}{2} = \frac{6 \pm 2\sqrt{10}}{2} = 3 \pm \sqrt{10}$

$\log_{\sqrt{3}}^{3+\sqrt{10}} = \frac{1}{2}$

آ) $\log_{۲} ۳ = \frac{a}{۸}$ $\quad \log_{۱۸} ۱۰ = \frac{\log_{۳} ۱۰^{۸}}{\log_{۳} ۱۰^{۱۸}} = \frac{۴ \log_{۳} ۱۰}{۲ + \log_{۳} ۱۰} = \frac{\frac{۱۵}{۸}}{\frac{۲۱}{۸}} = \frac{۱۵}{۲۱} = \frac{a}{۷}$

$\log_{۱۰} ۳^{۴} = \frac{۸}{۱۰}$ $\quad \log_{۱۲} ۱۰ = \frac{\log_{۴} ۱۰^{۶}}{\log_{۴} ۱۰^{۱۲}} = \frac{۳ \log_{۴} ۱۰ + \log_{۴} ۱۰}{۲ \log_{۴} ۱۰ + \log_{۴} ۱۰} = \frac{\frac{۱۴}{۲}}{\frac{۱۸}{۲}} = \frac{۱۴}{۱۸}$

$(a \log ۲) x^{۲} + a x + b \log ۲ = ۰$

$a \log ۲ \neq ۰ \quad a + b \log ۲ = ۰ \quad \div a \Rightarrow \log ۲ \neq ۰ \quad ۱ + \frac{b}{a} \log ۲ = ۰$

$\left(\sqrt{۲}\right)^{\log_{۲} ۳^{۳}} = ۳ \quad \log_{۲} ۲^{\frac{۱}{۲}} = \frac{۱}{۲} = \log_{۲} ۳ \quad \frac{b}{a} \log ۲ = -\log ۲$

$\frac{b}{a} = \frac{-\log ۳}{\log ۲}$