به نام خدا

ونداد حاجی بابائی - یازدهم تجربی B

تکلیف شماره ۲۴

نمودار تابع $f(x) = 3^{Ax+B}$ نمودار تابع $y=x^2$ را در دو نقطه به طول های ۱ و ۳ قطع می کند. پس نمودار تابع f از نقاط $(1,1)$ و $(3,9)$ عبور می کند. بنابراین

$$f(1)=1 \Rightarrow 3^{A+B}=1 \Rightarrow A+B=0 \Rightarrow B=-A$$

۱

$$f(3)=9 \Rightarrow 3^{3A+B}=9 \Rightarrow 3A+B=2 \Rightarrow 3A-A=2 \Rightarrow A=1 \Rightarrow B=-1$$

در نتیجه $f(x)=3^{x-1}$ پس عرض نقطه تلاقی نمودار تابع f با محور y برابر $f(0)=\frac{1}{3}$

$$\log_2(4^x+15)=x+3 \Rightarrow 4^x+15=2^{x+3} \Rightarrow (2^x)^2-8\times 2^x+15=0$$

$$\Rightarrow (2^x-5)(2^x-3)=0 \Rightarrow \begin{cases} 2^x=5 \Rightarrow x=\log_2 5 \\ 2^x=3 \Rightarrow x=\log_2 3 \end{cases}$$

۲

مجموع جواب های معادله $=\log_2 5+\log_2 3=\log_2 15$

$$\log_{21} 1323 = \log_{21} 9\times 147 = \log_{21} 9 + \log_{21} 147 = 2\log_{21} 3 + \log_{21} 147$$

$$\Rightarrow (\log_{21} 3)^2 + \log_{21} 147\,(2\log_{21} 3 + \log_{21} 147)$$

$$= (\log_{21} 3)^2 + 2\log_{21} 3 \cdot \log_{21} 147 + (\log_{21} 147)^2$$

$$= (\log_{21} 3 + \log_{21} 147)^2 = (\log_{21} 441)^2$$

$$= (\log_{21} 21^2)^2 = (2\log_{21} 21)^2 = (2\times 1)^2 = 4 \rightarrow \text{حاصل عبارت} = 4$$

3

$$\log(x^2-2x+1) + 3\log(1-x) = 5 \Rightarrow \log(1-x)^2 + 3\log(1-x)$$

$$= 2\log(1-x) + 3\log(1-x) = 5\log(1-x) = 5 \Rightarrow \log(1-x) = 1$$

$$\Rightarrow 1-x = 10 \Rightarrow x = -9 \Rightarrow \log_3 (-x) = \log_3 9 = 2$$

4

$$\log_2 (x^2+2x+4) + \log_2 (x-2) = 3 \Rightarrow \log_2 \big((x^2+2x+4)(x-2)\big) = 3$$

$$\Rightarrow \log_2 (x^3-8) = 3 \Rightarrow x^3 - 8 = 8 \Rightarrow x^3 = 16 \Rightarrow x = \sqrt[3]{16} = 2^{\frac{4}{3}}$$

$$\log_{\sqrt[3]{2}} x = \log_{2^{\frac{1}{3}}} 2^{\frac{4}{3}} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{1}{3}} \log_2 2 = \frac{4}{3}\times 3 = \underline{4}$$

5

$$\log(2-x) - \log\frac{1}{(x-2)^2} = 3 \Rightarrow \log(2-x) + \log(x-2)^2 = 3$$

$$\Rightarrow \log(2-x) + 2\log|x-2| = 3 \xrightarrow{x<2} \log(2-x) + 2\log(2-x) = 3$$

$$\Rightarrow 3\log(2-x) = 3 \Rightarrow \log(2-x) = 1 \Rightarrow 2-x = 10 \Rightarrow x = -8$$

$$\log_{\sqrt{2}} (-x) = \log_{\sqrt{2}} 8 = 2\log_2 8 = 2\times 3 = \underline{6}$$

6

Subject:
Year: Month: Day: ( ) page: ( )

۷

$81^{x} = 3^{x^2-2} \Rightarrow 3^{4x} = 3^{x^2-2} \Rightarrow 4x = x^2-2 \Rightarrow x^2-4x-2=0$

$\Delta = 24 \longrightarrow x_1, x_2 = \frac{4\pm 2\sqrt{6}}{2} = 2\pm\sqrt{6} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 2+\sqrt{6} & ✓ \\ x_2 = 2-\sqrt{6} & \text{غ ق ق} \end{cases}$

$\Rightarrow \log_6(x-2) = \log_6(\sqrt{6}+2-2) = \log_6\sqrt{6} = \frac{1}{2}\log_6 6 = \frac{1}{2}$

۸

$\log_3 2 = \frac{5}{8} \Rightarrow \log_2 3 = \frac{8}{5}$

$\log_{18} 8 = \frac{\log_2 8}{\log_2 18} = \frac{3\log_2 2}{\log_2 9 + \log_2 2} = \frac{3}{2\log_2 3 + 1} = \frac{3}{2\times\frac{8}{5}+1} = \frac{5}{7}$

۹

$\log_{12} 6 = \frac{\log_4 6}{\log_4 12} = \frac{\log_4 3 + \log_4 2}{\log_4 3 + \log_4 4} = \frac{0.8 + \frac{1}{2}\log_2 2}{0.8+1} = \frac{0.8+\frac{1}{2}}{0.8+1} = \frac{1.3}{1.8}$

$= \frac{13}{18}$

۱۰

چون ۱- یکی از ریشه‌های معادله است بنابراین آن را در معادله جایگذاری می‌کنیم

$(a\log 2)x^2 + ax + b\log 2 = 0 \xrightarrow{x=-1} a\log 2 - a + b\log 2 = 0$

$\log 2(a+b) = a \Rightarrow \log 2 = \frac{a}{a+b} \Rightarrow \log_2 10 = \frac{a+b}{a} = \frac{a}{a} + \frac{b}{a}$

$\Rightarrow \log_2 10 = 1 + \frac{b}{a} \Rightarrow \log_2 10 - 1 = \frac{b}{a} \Rightarrow \log_2 10 - \log_2 2 = \log_2 5 = \frac{b}{a}$

$(\sqrt{2})^{\frac{b}{a}} = (\sqrt{2})^{\log_2 5} = (2^{\frac{1}{2}})^{\log_2 5} = 2^{\frac{1}{2}\log_2 5} = 2^{\log_2\sqrt{5}} = \sqrt{5}$