۱۹/۷۵

$\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}3\\9\end{bmatrix}$

$3^{A+B}=1$ ⟹ $A+B=0$

$3^{3A+B}=9$ ⟹ $3A+B=2$

$2A=2$ ⟹ $A=1$

$B=-1$

$f(0)=3^{(A\times 0)+B}=3^{-1}=\boxed{\frac{1}{3}}$ ✓

(۲) ۱

$2^{x+3}=4^x+15$

$8\cdot 2^x=2^{2x}+15$

$t^2-8t+15=0$

$t=5 \quad t=3$

$2^x=5 \Rightarrow x=\log_2^5$

$2^x=3 \Rightarrow x=\log_2^3$

$\log_2^3+\log_2^5=\log_2^{15}$ ✓

(۲) ۲

$\log_{21}^3+\log_{21}^7=1$

$\log_{21}^7=1-\log_{21}^3$

$\log_{21}^{147}=\log_{21}^3+2=a+2$

$\log_{21}^{147}=\log_{21}^3+2\log_{21}^7=a+2b$

$b=1-a$

$a^2+(\underbrace{a+2b}_{2-a})(a+2)$

$a^2+(2-a)(a+2)=a^2+4-a^2=4$ ✓

(۲) ۳

$\log_{10}^{(x-1)^2(1-x)^3}=5$

$10^5=(x-1)^2(1-x)^3$

$x=-9$ ✓

$\log_3^9=2$ ✓

(۲) ۴

$\log_2^{(x^2+2x+4)(x-2)}=3$

$8=(x^2+2x+4)(x-2)$

$x^3-8=8$

$x^3=16$

$x=\sqrt[3]{16}$ ✓

$\log_{\sqrt[3]{2}}^{\sqrt[3]{16}}=4$ ✓

(۲) ۵

(۲)

$\log_{10}^{\frac{(۲-x)}{\frac{1}{(x-۲)^۲}}} = \log_{10}^{(۲-x)(x-۲)^۲} = ۳$ $\quad 10^۳ = (۲-x)(x-۲)^۲$ $\quad x = -۸$ ✓

$\log_{\sqrt{۲}}^{۸} = ۶$ ✓

۶

---

(۲)

$۳^{x^۲} = ۳^{x^۲-۲}$ $\quad x^۲ - ۴x - ۲ = ۰$ $\quad x = \frac{۴ \pm \sqrt{۲۴}}{۲} = \begin{cases} ۲+\sqrt{۶} \\ ۲-\sqrt{۶} \end{cases}$ ✗

$\log_{۶}^{۲-\sqrt{۶}+۲} = \log_{۶}^{\sqrt{۶}} = \frac{۱}{۲}$ ✓

۸

---

(۲)

$۳\log_{۲}^{۲} = \log_{۲}^{۸} = \log_{۲}^{۳} = \frac{۱۵}{۷}$ $\quad \log_{۸}^{۳} = \frac{۷}{۱۵}$ $\quad ۲\log_{۸}^{۳} = \log_{۸}^{۹} = \frac{۱۴}{۱۵}$

$\log_{۸}^{۲} + \log_{۸}^{۹} = \log_{۷۱}^{۸} = \frac{۲۱}{۱۵}$ $\quad \log_{۷۱}^{۸} = \frac{۱۵}{۲۱}$ ✓

($\log_{۸}^{۲} = \frac{۱}{۳}$)

۸

(۱٫۷۵)

این ۱٫۶ هست نه $\frac{۱}{۶}$!!

$\log_{۴}^{۳} = \log_{۲^۲}^{۳} = \frac{۱}{۲}\log_{۲}^{۳} = ۰٫۸$ $\quad \log_{۲}^{۳} = ۱٫۶$ ✓

$\log_{۱۲}^{۶} = \frac{\log_{۲}^{۶}}{\log_{۲}^{۱۲}} = \frac{\log_{۲}^{۲} + \log_{۲}^{۳}}{\log_{۲}^{۴} + \log_{۲}^{۳}} = \frac{۱ + ۱٫۶}{۲ + ۱٫۶} = \frac{۲٫۶}{۳٫۶} = \frac{۱۳}{۱۸}$

۹

---

(۲)

$x_۱ x_۲ = \frac{b}{a}$ $\quad -۱ + x_۲ = \frac{-۱}{\log^۲}$ $\quad x_۲ = ۱ - \frac{۱}{\log^۲}$

$x_۲ = \frac{-b}{a}$

$x_۱ + x_۲ = \frac{-۱}{\log^۲}$

$\frac{-b}{a} = ۱ - \frac{۱}{\log^۲}$ $\quad \frac{b}{a} = \frac{۱}{\log^۲} - ۱$

$\sqrt{۲}^{\frac{b}{a}} = ۲^{\frac{۱}{۲} \times (\frac{۱}{\log^۲} - ۱)}$

$\log_{۳}^{۱۰} - \log_{۲}^{۲} = \log_{۲}^{۵}$

$\frac{۱}{۲} \times \log_{۳}^{۵} = \log_{۴}^{۵}$

$۲^{\log_{۴}^{۵}} = ۵^{\log_{۴}^{۲}} = ۵^{\frac{۱}{۲}} = \boxed{\sqrt{۵}}$ ✓

۱۰