کانون جاودانی نژاد یازدهم [redacted] پسر ۱۵

بررسی آوردن فقط برخورد

۱۸/۷۵

۱)

$a\,|\,{1 \atop 1} \quad b\,|\,{3 \atop 9}$

$f(3)=3^{3A+B}=3^{2} \qquad f(1)=3^{A+B}=3^{0}$

$$\begin{cases} 3A+B=2 \\ A+B=0 \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{matrix} A=1 \\ B=-1 \end{matrix}}$$

۲

$\rightarrow f(x)=3^{x-1} \longrightarrow \underline{3^{-1}=\frac{1}{3}} \xrightarrow[\text{باشد} \dots]{\text{اگر } y=0} f(0)=3^{0-1}=\frac{1}{3} \qquad (0,\frac{1}{3})$

۲)

شرط $\rightarrow \underline{2^{x}+15>0}$

۲

$2^{x+3}=4^{x}+15 \rightarrow \underset{2^{x}\times 8=2^{2x}+15}{\underline{2^{x+3}=2^{2x}+15}} \xrightarrow[t=2^{x}]{\text{فرض}} t^{2}-8t+15=0 \rightarrow (t-5)(t-3)$

$t=5 \quad t=3$

$t=3 \rightarrow 2^{x}=3 \rightarrow x=\log_{2}^{3}$

$t=5 \rightarrow 2^{x}=5 \rightarrow \log_{2}^{5}=x \longrightarrow$ جمع جوابها $\longrightarrow \log_{2}^{5}+\log_{2}^{3}=\log_{2}^{5\times 3}=\boxed{\log_{2}^{15}}$

۳)

$147=3\times 7^{2}$

$1323=3^{3}\times 7^{2}$

$\rightarrow x^{2}+(2\log_{21}^{7}+\log_{21}^{3})(3\log_{21}^{3}+2\log_{21}^{7})$ $\boxed{4}$

۲

$\left.\begin{matrix}\log_{21}^{3}=x \\ \log_{21}^{7}=y\end{matrix}\right. \xrightarrow{\text{فرض}} x^{2}+(x+2y)(3x+2y)=4(m+n)^{2} \rightarrow 4(\log_{21}^{3}+\log_{21}^{7})^{2}=4(\log_{21}^{21})^{2}=4\times 1=4$

ضرب

۴)

$0<(x^{2}-2x+1) \quad (x-1)(x-1) \qquad \begin{array}{c|c} & 1 \\ \hline - & \phi \quad + \end{array} \qquad 1-x>0 \qquad x<1$

۲

$\log(1-x)^{2}+\log(1-x)^{3}=2\log^{1-x}+3\log^{1-x}=5 \xrightarrow{t=\log^{1-x}} 2t+3t=5$

$\rightarrow t=1 \rightarrow \log^{1-x}=1 \Rightarrow 10^{1}=1-x \rightarrow \underline{x=-9} \qquad \log_{3}^{1-x} \xrightarrow{x=-9} \log_{3}^{9}=2$

۵)

$\log_{\sqrt[3]{2}}^{x}=3\log_{2}^{x} \qquad \log_{2}^{(x^{2}+2x+4)(x-2)}=3 \rightarrow (x^{2}+2x+4)(x-2)=8$

۰/۷۵

$x^{3}-8=8$

$x^{3}=16$

$x=\sqrt[3]{16}$

$\log_{\sqrt[3]{2}}^{\sqrt[3]{16}}=\boxed{4}$

۱۶)

$$\log^{2-x} - \log^{(2-x)^{-2}} = \log^{\frac{2-x}{\frac{1}{(2-x)^2}}} = 3\log^{2-x} = 3 \rightarrow \log^{2-x} = 1 \Rightarrow \boxed{x = -8}$$

۲

$$\log_{\sqrt{2}}^{(-x)} \xrightarrow{x=-8} \log_{\sqrt{2}}^{8} = \log_{2^{\frac{1}{2}}}^{2^3} = 6 \qquad \frac{1}{2} \times x = 3 \rightarrow \underline{x = 6}$$

۱۷)

$$3^{x^2-2} = 81^{x} \rightarrow 3^{x^2-2} = 3^{4x} \Rightarrow x^2 - 2 = 4x \rightarrow x^2 - 4x - 2 = 0 \rightarrow \frac{4+2\sqrt{6}}{2} = 2+\sqrt{6} \checkmark, \quad \frac{4-2\sqrt{6}}{2} = 2-\sqrt{6} \times$$

۲

$$\log_6^{x-2} \xrightarrow{x=2+\sqrt{6}} \log_6^{2+\sqrt{6}-2} = \log_6^{\sqrt{6}} = \frac{1}{2}$$

۱۸)

$$\log_{18}^{8} \xrightarrow[27]{\text{تغییر مبنا به}} \log_{18}^{8} = \frac{\log_{27}^{8}}{\log_{27}^{18}} = \frac{\log_{3^3}^{2^3}}{\log_{3^3}^{2} + \log_{3^3}^{3^2}} = \frac{\frac{3}{3}\log_3^2}{\frac{1}{3}\log_3^2 + \frac{2}{3}\log_3^3} = \frac{\frac{5}{8}}{\frac{5}{24} + \frac{2}{3}} = \frac{5}{7}$$

۲

۱۹)

۲

$$\log_{12}^{6} \xrightarrow[4]{\text{تغییر مبنا به}} \log_{12}^{6} = \frac{\log_4^6}{\log_4^{12}} = \frac{\log_4^2 + \log_4^3}{\log_4^3 + \log_4^4} = \frac{\frac{1}{2}\log_2^2 + 0.8}{0.8 + 1} = \boxed{\frac{13}{18}}$$

۲۰)

۲

$$\xrightarrow[\text{در معادله}]{x=-1 \text{ جایگذاری}} \log^{2^a} + \log^{2^b} - \log^{10^a} = 0 \xrightarrow[\text{جلوی لوگ} \div = -]{\text{جلوی لوگ} \times = +} \log^{\frac{2^{a+b}}{10^a}} = 0 \rightarrow \frac{2^{a+b}}{10^a} = 1$$

$$\rightarrow 2^a \times 2^b = 10^a \rightarrow 2^a \times 2^b = 2^a \times 5^a \Rightarrow 2^b = 5^a \rightarrow \log_2^{5^a} = b \xrightarrow[\text{لوگ}]{\text{توان به جلوی}} \underline{a\log_2^5 = b}$$

$$\rightarrow \frac{b}{a} = \log_2^5 \rightarrow (\sqrt{2})^{\frac{b}{a}} = (\sqrt{2})^{\log_2^5} \rightarrow 5^{\log_2^{\sqrt{2}}} = 5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$$