۲۵ ۲۰ سپهر علایی

۱۔ (۲)

$y = 1 - \log_c^{(ax-b)}$

$۲ = 1 - \log_c^{-b} \Rightarrow 1 = -\log_c^{-b} \quad \log_c^{-b} = -1 \Rightarrow c^{-1} = -b \Rightarrow \frac{1}{c} = -b$

$b + c = -\frac{۳}{۲} \Rightarrow c + (-\frac{1}{c}) = -\frac{۳}{۲} \Rightarrow \frac{۳}{۲} = \frac{1}{c} - c \Rightarrow c^۲ + \frac{۳}{۲}c - 1 = 0$

$\frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{۲a} = \frac{-\frac{۳}{۲} \pm \frac{۵}{۲}}{۲} \Rightarrow c$ ⟨ $\frac{1}{۲} \Rightarrow$ ✓ ; $-۲ \Rightarrow$ X نقن

$c = \frac{1}{۲} \Rightarrow b = -۲$

$y = 1 - \log_{\frac{1}{۲}}^{ax+۲} \Rightarrow 0 = 1 - \log_{\frac{1}{۲}}^{-\frac{۳}{۲}a+۲} \Rightarrow$

$1 = \log_{\frac{1}{۲}}^{-\frac{۳}{۲}a+۲} \Rightarrow \frac{1}{۲} = -\frac{۳}{۲}a + ۲ \quad -\frac{۳}{۲} = -\frac{۳}{۲}a$

$a = 1$

$(a+c)b = (1 + \frac{1}{۲}) \cdot -۲ = -\frac{۶}{۲} = -۳$

-۳

۲۔ (۲)

$f(x) = 1 + c \times ۳^{a+bx} \Rightarrow 0 = 1 + c \times ۳^{a+b}$
$\frac{۲}{۳} = 1 + c \times ۳^{a}$] $\Rightarrow \frac{۲}{۳} = c \times ۳^a (1 - ۳^b)$

$\frac{۲}{۳} = 1 + c \times ۳^a \Rightarrow -\frac{1}{۳} = c \times ۳^a$

$0 = 1 + c \times ۳^a \times ۳^b \Rightarrow 0 = 1 + ۳^b \times -۳^{-1} \Rightarrow 1 = ۳^{b-1} \Rightarrow b - 1 = 0$

$b = 1$

$x = 1 \Rightarrow 1 + c \times ۳^{a-1} \Rightarrow 1 - \frac{1}{۳} \times ۳^{-1} \Rightarrow 1 - \frac{1}{۹} = \frac{۸}{۹}$

۳- (۲)

$y = c + \log_{۵}^{ax+b}$ $\qquad$ $۲ = c + \log_{۵}^{b}$ (۱)

$۰ = c + \log_{۵}^{۲,۴a+b} \Rightarrow c = -\log_{۵}^{۲,۴a+b}$ (۲)

(۱), (۲) $\Rightarrow ۲ = \log_{۵}^{b} - \log_{۵}^{۲,۴a+b} \Rightarrow ۲ = \log_{۵}^{\frac{b}{۲,۴a+b}} \Rightarrow$

$\frac{b}{۲,۴a+b} = ۲۵ \Rightarrow ۶۰a + ۲۵b = b$

$۶۰a = -۲۴b$

$۵a = -۲b$

$a = -\frac{۲}{۵}b$ $\qquad$ $\frac{a}{b} = \frac{-\frac{۲}{۵}b}{b} = -\frac{۲}{۵} = -۰,۴$ ✓

۴- (۲)

$|x^۲ - ۲| - x > ۰$

$|x^۲ - ۲| > x$

$x > \sqrt{۲}$ یا $-\sqrt{۲}x$

$x^۲ - ۲ > x \Rightarrow$

$x^۲ - x - ۲ > ۰$

$x_۱ = -۱$, $x_۲ = ۲$

$D_x = (-\infty, -\sqrt{۲}] \cup [۲, +\infty)$ (۱)

$-\sqrt{۲} < x < \sqrt{۲}$

$۲ - x^۲ > x$

$۰ > x^۲ + x - ۲$

$x_۱ = ۱$, $x_۲ = -۲$

$-\sqrt{۲} < x < \sqrt{۲} \Rightarrow D_x = [-\sqrt{۲}, ۱)$ (۲)

(۱) ∪ (۲) =

$D_x = (-\infty, ۱) \cup (۲, +\infty)$ ✓

$D_x = R - [۱, ۲]$

۵-

$f(x) = ۲ + ۲^{b-ax}$ $\quad f(۱۰) = ۱۰$

$g(x) = -x^۲ - ۲x + ۸$ $\quad f(-۱) = ۱۰$

$۱۰ = ۲ + ۲^{b+a}$

$۸ = ۲^{b+a} \Rightarrow b + a = ۳$

(۲)

$۲ + ۲^{b-a} = -۱ + ۲ + ۸$

$۲^{b-a} = ۴ \Rightarrow b - a = ۱$

$b + a = ۳$, $b - a = ۱$ $\Rightarrow$ $b = ۲$ ✓, $a = ۱$ ✓

$۲b - a = ۴ - ۱ = ۳$ ✓

۴

۴-

$f(x) = -۲ + (\frac{۱}{۲})^{Ax+B}$

(۲)

$y = x^۲ - x$

$\overset{x=۱}{\Rightarrow} ۰ = -۲ + \frac{۱}{۲}^{B+A}$

$۲ = \frac{۱}{۲}^{B+A} \Rightarrow B + A = -۱$

$A + B = -۱$

$\overset{x=۲}{\Rightarrow} ۴ - ۲ = -۲ + \frac{۱}{۲}^{۲A+B}$

$۴ = \frac{۱}{۲}^{۲A+B} \Rightarrow ۲A + B = -۲$

$۲A + B = -۲$, $A + B = -۱$ $\Rightarrow A = -۱$, $B = ۰$

$f(x) = -۲ + \frac{۱}{۲}^{-x} \Rightarrow f(۳) = -۲ + \frac{۱}{۲}^{-۳} = ۶$

$f(۳) = ۶$ ✓

۲۰ از ۲۰

dotnote

۷- (۲) 380

$\frac{8}{9}$ [illegible] [illegible] $\frac{1}{9}$

$\left(\frac{8}{9}\right)^x = \frac{1}{5} \Rightarrow \log_{\frac{8}{9}}^{\frac{1}{5}} = x$

$\log_2^5 = 2.4 , \log_5^2 = \frac{1}{2.4}$

$\log_5^3 = \frac{1}{1.4}$

$-\log_{\frac{8}{9}}^5 = x$

$\log_{\frac{9}{8}}^5 = x$

$x = \frac{\log_5^5}{\log_5^{\frac{9}{8}}} = \frac{\log_{\frac{9}{8}}^5}{\log_5^5} = \frac{\log_5^2 + \log_5^3}{\log_5^3 \cdot \log_5^3 - \log_5^2 \cdot \log_5^2 \cdot \log_5^2} = \frac{\log_5^2 + \log_5^3}{2\log_5^3 - 3\log_5^2} =$

$\frac{\frac{1}{1.4} + \frac{1}{2.4}}{\frac{2}{1.4} - \frac{3}{2.4}} = \frac{\frac{3.8}{3.36}}{\frac{4.8 - 4.2}{3.36}} = \frac{3.8}{0.6} = \frac{38}{6} = \frac{19}{3}$

$\frac{19}{3}$ ساعت

$\frac{19}{3} \times 60 = 20 \times 19 = 380$ دقیقه ، 380 ✓

۸- (۲)

$\frac{7}{8}$ [illegible] $\frac{1}{8}$

$\left(\frac{7}{8}\right)^x = \frac{1}{7}$

$\log_2^3 = 1.6$

$\log_3^2 = \frac{5}{8}$

$\log_3^7 = \frac{5}{3}$

$x = \log_{\frac{7}{8}}^{\frac{1}{7}} \Rightarrow x = \log_{\frac{8}{7}}^7 = \frac{\log_3^7}{\log_3^{\frac{8}{7}}} = \frac{\log_3^7}{3\log_3^2 - \log_3^7} =$

$\frac{\frac{5}{3}}{\frac{15}{8} - \frac{5}{3}} = \frac{\frac{5}{3}}{\frac{45-40}{24}} = 8$ هفته

$8 \times 7 = 56$ ✓ 56 روز

۹-

$\frac{4}{100}$ هر روز $\quad \frac{96}{100} \quad \frac{96}{100} = \frac{24}{25}$ ②

$\left(\frac{24}{25}\right)^x = \frac{1}{3} \rightarrow \log_{\frac{24}{25}} \frac{1}{3} = x = \log_{\frac{25}{24}} 3 = \frac{\log_{10} 3}{\log_{10} \frac{25}{24}} =$

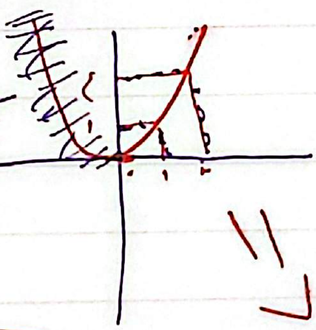
$\frac{\log_{10} 3}{\log 5^2 - \log 8 - \log 3} = \frac{\log 3}{2\log 5 - 3\log 2 - \log 3} = \frac{\log 3}{2\log 10 - 2\log 2 - 3\log 2 - \log 3} =$

$\frac{\log 3}{2 - 5\log 2 - \log 3} = \frac{0.48}{2 - 1.5 - 0.48} = \frac{0.48}{0.02} = 24$ ✓

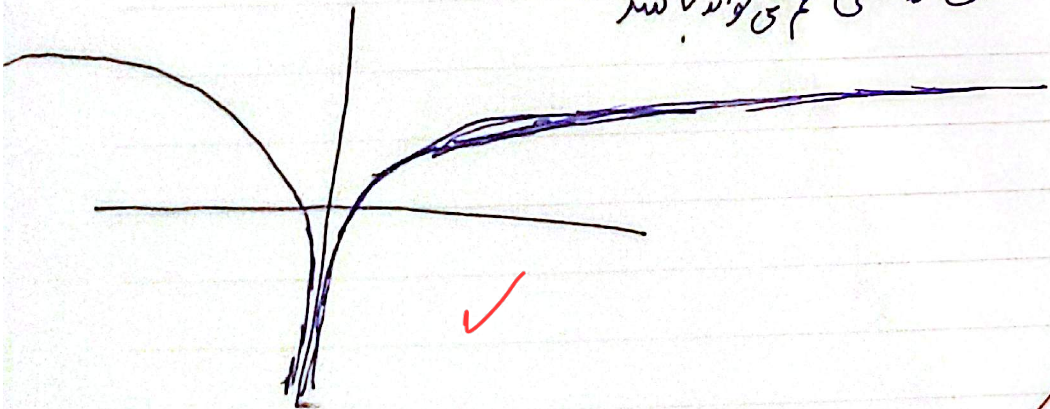
۲۴ روز

۱۰-

الف) $y = 9^{\log_3 x} = x^{\log_3 9} = x^2 \quad 0 < x$ ②



ب) $\log x^2 = 2\log|x|$ زیرا x منفی هم می‌تواند باشد



دقت!

✓