۲۰

۱- (۲)

$$\lim_{x\to ۱}\frac{۴x^۲-۷x+۳}{۵x^۲-۸x+۳}=\frac{۴-۷+۳}{۵-۸+۳}=\frac{۰}{۰}\xrightarrow{H}\frac{۸x-۷}{۱۰x-۸}\xrightarrow{x=۱}\boxed{\frac{۱}{۲}}$$

۲- (۲)

$$\lim_{x\to ۰}\frac{|۳x-۱|-|۳x+۱|}{x}$$

$$۰^+\to\frac{۱-۳x-۳x-۱}{x}=\frac{-۶\cancel{x}}{\cancel{x}}=\boxed{-۶}$$

$$۰^-\to\frac{۱-۳x-۳x-۱}{x}=\frac{-۶\cancel{x}}{\cancel{x}}=\boxed{-۶}$$

$$\lim_{x\to ۰}\frac{|۳x-۱|-|۳x+۱|}{x}=\boxed{-۶}$$

۳- (۲)

$$\lim_{x\to ۴}\frac{x-۴}{\sqrt{x}-۲}\xrightarrow{۴}\frac{۴-۴}{\sqrt{۴}-۲}=\frac{۰}{۰}\xrightarrow{H}\frac{۱-۰}{\frac{۱}{۲\sqrt{x}}-۰}=۲\sqrt{x}\xrightarrow{x=۴}\boxed{۴}$$

۴- (۲)

$$\lim_{x\to ۲}\frac{x-\sqrt{۲x}}{۲x^۲-x-۶}\xrightarrow{۲}\frac{۲-\sqrt{۴}}{۸-۲-۶}=\frac{۰}{۰}\xrightarrow{H}\frac{۱-\frac{۲}{۲\sqrt{۲x}}}{۴x-۱}\xrightarrow{۲}\frac{۱-\frac{۱}{۲}}{۷}=\boxed{\frac{۱}{۱۴}}$$

۵- (۲)

$$\lim_{x\to ۱}\frac{۱-\sqrt{x}}{۲-\sqrt{۵-x}}\xrightarrow{۱}\frac{۰}{۰}\to\frac{\cancel{۱-\sqrt{x}}}{\cancel{۲-\sqrt{۵-x}}}\times\frac{۱+\sqrt{x}}{۱+\sqrt{x}}\times\frac{۲+\sqrt{۵-x}}{۲+\sqrt{۵-x}}=\frac{۱-x}{-۱+x}\times\frac{۲+\sqrt{۵-x}}{۱+\sqrt{x}}$$

$$\xrightarrow{x=۱}-۱\times\frac{۴}{۲}\to\boxed{-۲}$$

۶- (۲)

$$\lim_{x\to ۴}\frac{\sqrt{۳x+۴}-۴}{\sqrt[۳]{۵x+۷}-۳}\xrightarrow{۴}\frac{۰}{۰}\xrightarrow{H}\frac{\frac{۳}{۲\sqrt{۳x+۴}}}{\frac{۵}{۳\sqrt[۳]{(۵x+۷)^۲}}}=\frac{۹\sqrt[۳]{(۵x+۷)^۲}}{۱۰\sqrt{۳x+۴}}\xrightarrow{۴}\frac{۸۱}{۴۰}$$

۷- (۲)

$$\lim_{x\to ۱}\frac{\sqrt{۳x+\sqrt{x}}-۲}{\sqrt[۳]{x}-۱}\xrightarrow{۱}\frac{۰}{۰}\xrightarrow{H}\frac{\frac{۳+\frac{۱}{۲\sqrt{x}}}{۲\sqrt{۳x+\sqrt{x}}}}{\frac{۱}{۳\sqrt[۳]{x^۲}}}\to\frac{(۳\sqrt[۳]{x^۲})(۳+\frac{۱}{۲\sqrt{x}})}{۲\sqrt{۳x+\sqrt{x}}}\xrightarrow{۱}\frac{۳\times\frac{۷}{۲}}{۴}\to\boxed{\frac{۲۱}{۸}}$$

۸- (۲)

$$\lim_{x\to\pi}\frac{۱+\cos^۳x}{\sin^۲x}\to\frac{(۱+\cos x)(۱-\cos x+\cos^۲)}{۱-\cos^۲}\to\frac{\cancel{(۱+\cos x)}(۱-\cos x+\cos^۲x)}{(۱-\cos x)\cancel{(۱+\cos x)}}\xrightarrow{\pi}\frac{۳}{۲}=۱/۵$$

۹- (۲)

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{۴}}\frac{۱-\tan x}{\sin x-\cos x}\to\frac{۱-\frac{\sin}{\cos}}{\sin-\cos}=\frac{\frac{\cancel{\cos-\sin}}{\cos}}{\cancel{\sin-\cos}}=-\frac{۱}{\cos x}\xrightarrow{\frac{\pi}{۴}}\boxed{-\frac{\sqrt{۲}}{۲}}$$

۱۰- (۲)

$$\lim_{x\to\frac{۳\pi}{۴}}\frac{\tan^۲x-۱}{\cos ۲x}=\frac{\frac{\sin^۲}{\cos^۲}-۱}{\cos^۲x-\sin^۲x}=\frac{\frac{\cancel{\sin^۲-\cos^۲}}{\cos^۲}}{\cancel{\cos^۲-\sin^۲}}=\frac{-۱}{\cos^۲x}=\boxed{-۲}$$