نام و نام خانوادگی ...فرهام فیروزنده........... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۴... کلاس ...یازدهم ... B...

۱

الف) $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x} - \frac{x}{x-1}} \rightarrow \frac{(x-1)(x-1) - (x)(x)}{x(x-1)} = \frac{x^2+1-2x-x^2}{x(x-1)} \rightarrow x = \frac{1}{2}$, $x=0$, $x=1$

$D_f = (-\infty, 0) \cup [\frac{1}{2}, 1)$

ب) $f(x) = \frac{\frac{1}{x+1} - \frac{2}{x}}{\frac{3}{x-1} + \frac{1}{x+2}}$ → $x=-1$, $x=0$, $x=1$, $x=-2$

$\Rightarrow \frac{3}{x-1} + \frac{1}{x+2} \rightarrow 4x+5 \neq 0 \Rightarrow x \neq -\frac{5}{4}$

$D_f = R - \{-1, 0, 1, -2, -\frac{5}{4}\}$

۲

الف) $f(x) = \sqrt{(\frac{1}{3}^x - 9)(32 - 4^x)} \Rightarrow \frac{1}{3}^x - 9 = 0 \Rightarrow x = -2$

$32 - 4^x = 0 \Rightarrow 2^5 - 2^{2x} = 0 \Rightarrow x = 2.5$

$D_f = (-\infty, -2] \cup [\frac{5}{2}, +\infty)$

ب) $\sqrt[4]{x-1} + \sqrt{y+1} = 3 \rightarrow x \geq 1$ و $y \geq -1$

$\sqrt{y+1} = 3 - \sqrt[4]{x-1} \rightarrow 3 - \sqrt[4]{x-1} \geq 0 \rightarrow x - 1 \leq 81$, $x \leq 82$ $\Rightarrow D_f = [1, 82]$

۳

$f(x) = \frac{\log_4 (x^2 - x - 2)}{\sqrt{x^2-1} + 1} \rightarrow x^2 - x - 2 > 0 \Rightarrow (x-2)(x+1) > 0$

$\rightarrow x^2 - 1 \geq 0 \Rightarrow x = \pm 1$

$\rightarrow D_f = (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$

۴

$\sqrt{3 + ax - x^2} \rightarrow [-2, b] \xrightarrow{f(-2)=0} 3 - 2a - 4 = 0 \Rightarrow 2a = -1 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$

$\Rightarrow f(x) = \sqrt{3 - \frac{1}{2}x - x^2} \Rightarrow 3 - \frac{1}{2}x - x^2 \geq 0 \Rightarrow 6 - x - 2x^2 \geq 0$

$\Rightarrow 2x^2 + x - 6 \leq 0 \rightarrow x^2 + x - 12 \leq 0 \rightarrow (x+4)(x-3) \leq 0$

$-\frac{4}{2} = -2$, $+\frac{3}{2} = b$

$a + b = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} = \boxed{1}$

$\Rightarrow D_f = [-2, \frac{3}{2}]$

۵

$g(x) = \sqrt{f(x) - x}$

$f(x) = \begin{cases} 2x - 2 \; ; & x \geq 1 \\ 2x + 3 \; ; & x < 1 \end{cases}$

$\xrightarrow{f(x) - x \geq 0}$ $f(x) - x$; $2x - 2 - x$ $\quad x \geq 1$

$\Rightarrow 2x - 2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1$

$f(x) - x$; $2x + 3 - x$ $\quad x < 1$

$x + 3 \geq 0 \Rightarrow x \geq -3$

$\xrightarrow{\cap} -3 \leq x < 1$

$D_f = [-3, 1) \cup [1, +\infty)$

$f(x)=\begin{cases}(a+۱)(x+۲) & ; x>۱\\ ۳a+۲x & ; x\leq ۱\end{cases} \Longrightarrow f(۵)=(a+۱)(۵+۲)=۷(a+۱)$ $f(-۲)=(۳a)-۴$ $\Longrightarrow ۲f(۵)=f(-۲)+a \Longrightarrow ۱۴(a+۱)=۳a-۴+a$ $\Longrightarrow ۱۴a+۱۴=۴a-۴ \Longrightarrow ۱۰a=-۱۸ \Longrightarrow \boxed{a=-۱/۸}$	۶
$f(x)=\sqrt{x}+\frac{۱}{\sqrt{x}}+۲$ $f(۲-\sqrt{۳})+f(۲+\sqrt{۳})=\sqrt{۲-\sqrt{۳}}+\frac{۱}{\sqrt{۲-\sqrt{۳}}}+۲+\sqrt{۲+\sqrt{۳}}+\frac{۱}{\sqrt{۲+\sqrt{۳}}}+۲=$ $\Longrightarrow \frac{\sqrt{۴-۲\sqrt{۳}}}{\sqrt{۲}}+\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۴-۲\sqrt{۳}}}+\frac{\sqrt{۴+۲\sqrt{۳}}}{\sqrt{۲}}+\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۴+۲\sqrt{۳}}}+۴$ $\Longrightarrow \frac{۲\sqrt{۳}}{\sqrt{۲}}+\frac{\sqrt{۲}(\sqrt{۳}+۱)+\sqrt{۲}(\sqrt{۳}-۱)}{۲}+۴=\sqrt{۶}+\sqrt{۶}+۴=۲\sqrt{۶}+۴$	۷
$۲f(x)-۳f(-x)=۴x^۲-x \xrightarrow{\times ۲} ۴f(x)-۶f(-x)=۸x^۲-۲x$ $۲f(-x)-۳f(x)=۴x^۲+x \xrightarrow{\times ۳} ۶f(-x)-۹f(x)=۱۲x^۲+۳x$ $\longrightarrow -۵f(x)=۲۰x^۲+x \Longrightarrow \boxed{f(x)=\frac{۲۰x^۲+x}{-۵}}$	۸
$(x+۲)f(x)-۳xf(x+۲)=۴x^۲-mx+۳m-۱$ $x=-۲: ۶f(۰)=۱۶+۲m+۳m-۱$ $x=۰: ۲f(۰)=۳m-۱ \xrightarrow{\times ۳} ۶f(۰)=۹m-۳$ $\Longrightarrow ۹m-۳=۱۶+۵m-۱$ $\Longrightarrow ۴m=۱۸ \Longrightarrow m=\frac{۱۸}{۴}=۴/۵ \Longrightarrow ۲f(۰)=۳m-۱=۱۲/۵ \Longrightarrow f(۰)=\boxed{۶/۲۵}$	۹
$f(x)+f(\frac{۱}{x})=\frac{۳x^۲-۱۲x+۳}{x} \longrightarrow ax+b+\frac{a}{x}+b=۳x-۱۲+\frac{۳}{x}$ $\Longrightarrow a=۳ , ۲b=-۱۲ \Longrightarrow b=-۶$ $\Longrightarrow f(x)=۳x-۶ \Longrightarrow f(-۱)=-۳-۶=\boxed{-۹}$	۱۰