نام و نام خانوادگی ..امیرحسین خانشی.. **پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره** ..۴.. **کلاس** ..یازدهم بیس..B..

۱

الف) $\frac{x-۱}{x} - \frac{x}{x-۱} \geqslant ۰$

$\frac{(x-۱)^۲ - x^۲}{x(x-۱)} = \frac{(x-۱+x)(x-۱-x)}{x(x-۱)} \geqslant ۰$

$\frac{(۲x-۱)(-۱)}{x(x-۱)} = \frac{-۲x+۱}{x(x-۱)}$ $\begin{array}{ccccccc} & ۰ & & \frac{۱}{۲} & & ۱ & \\ + & \text{ن} & - & ۰ & + & \text{ن} & - \end{array}$

$Df = (-\infty , ۰) \cup [\frac{۱}{۲} , ۱)$

ب) $\frac{\frac{۱}{x+۱} - \frac{۲}{x}}{\frac{۳}{x-۱} + \frac{۱}{x+۲}} = \frac{\frac{-x-۲}{x(x+۱)}}{\frac{۴x+۵}{(x-۱)(x+۲)}}$

$\frac{۴x+۵}{(x-۱)(x+۲)} \neq ۰ \rightarrow \boxed{x \neq -\frac{۵}{۴}}$

$x(x+۱) \neq ۰ \Rightarrow \boxed{x \neq ۰ , -۱}$ $(x-۱)(x+۲) \neq ۰ \boxed{x \neq ۱ , -۲}$

$Df = \mathbb{R} - \{-۲ , -۱ , -\frac{۵}{۴} , ۰ , ۱\}$

۲

الف) $\left[\underbrace{(\frac{۱}{۳})^x - ۹}_{\pm}\right]\left(\underbrace{۳۲ - ۴^x}_{\pm}\right) \geqslant ۰$

یا هر ۲ + یا هر دو − یا صفر

صفر شوند: $\boxed{x = ۲٫۵ , -۲}$

هردو + شوند: $(-\infty , -۲) \cap (-\infty , ۲٫۵) = \boxed{(-\infty , -۲)}$

هردو − شوند: $(-۲ , +\infty) \cap (۲٫۵ , +\infty) = \boxed{(۲٫۵ , +\infty)}$

$Df = (-\infty , -۲] \cup [۲٫۵ , +\infty)$

ب) $\sqrt{y+۱} = -\sqrt[۴]{x-۱} + ۳ \geqslant ۰$

$-\sqrt[۴]{x-۱} \geqslant -۳ \Rightarrow \sqrt[۴]{x-۱} \leqslant ۳$

$x-۱ \leqslant ۸۱$ $\boxed{x \leqslant ۸۲}$

$\sqrt[۴]{x-۱} \geqslant ۰ \Rightarrow x-۱ \geqslant ۰$ $\boxed{x \geqslant ۱}$

$Df = [۱ , ۸۲]$

۳

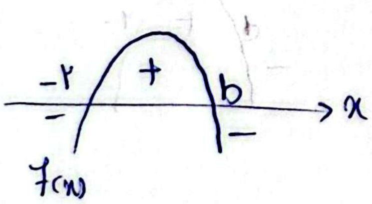
$x^۲ - x - ۲ > ۰$ $(x-۲)(x+۱) > ۰$ $\begin{array}{ccccc} & -۱ & & ۲ & \\ + & | & - & | & + \end{array}$ $(-\infty , -۱) \cup (۲ , +\infty)$

$\sqrt{x^۲-۱} \Rightarrow x^۲ - ۱ \geqslant ۰$ $(x+۱)(x-۱) \geqslant ۰$ $\begin{array}{ccccc} & -۱ & & ۱ & \\ + & | & - & | & + \end{array}$ $(-\infty , -۱) \cup (۱ , +\infty)$

$Df = [(-\infty , -۱) \cup (۲ , +\infty)] \cap [(-\infty , -۱) \cup (۱ , +\infty)] = (-\infty , -۱) \cup (۲ , +\infty)$

۴

$f(x) = \sqrt{-x^۲ + ax + ۳}$



$f(-۲) = -(-۲)^۲ - ۲a + ۳ = ۰$

$-۲a - ۴ + ۳ = ۰$ $-۲a = ۱$ $\boxed{a = -\frac{۱}{۲}}$

$f(x) = \sqrt{-x^۲ - \frac{۱}{۲}x + ۳} \Rightarrow \Delta = \frac{۱}{۴} - ۴(-۱)(۳) = \frac{۴۹}{۴}$

$\frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{۲a} = \frac{\frac{۱}{۲} \pm \frac{۷}{۲}}{-۲} = \begin{cases} \frac{\frac{۸}{۲}}{-۲} = -۲ \\ \frac{\frac{-۶}{۲}}{-۲} = \boxed{\frac{۳}{۲}} \rightarrow b \end{cases}$

$\boxed{a + b = \frac{۳}{۲} - \frac{۱}{۲} = \boxed{\frac{۱}{۲}}}$

۵

$f(x) - x \geqslant ۰ \Rightarrow f(x) - x = \begin{cases} ۲x - ۲ \longrightarrow ۲x - ۲ \geqslant ۰ \Rightarrow ۲x \geqslant ۲ \quad \boxed{x \geqslant ۱} \\ x + ۳ \rightarrow x + ۳ \geqslant ۰ \quad \boxed{x \geqslant -۳} \end{cases}$

$Df = [۱ , +\infty) \cap [-۳ , +\infty) = \boxed{[۱ , +\infty)}$

۶

$$۲f(۵) = ۲(a+۱)(۵+۲) = ۱۴a+۱۴$$

$$f(-۲) = ۳a-۴$$

$$\Rightarrow ۱\cancel{۴}a+۱۴ = \cancel{۳}a-۴+\cancel{a}$$

$$۱۰a = -۱۸ \qquad \boxed{a=-۱٫۸}$$

۷

$$f(x) = \frac{x+۱+۲\sqrt{x}}{\sqrt{x}} \Rightarrow f(۲-\sqrt{۳}) = \frac{۲-\sqrt{۳}+۱+۲\sqrt{۲-\sqrt{۳}}}{\sqrt{۲-\sqrt{۳}}} \Bigg\} \; f(۲+\sqrt{۳}) = \frac{۲+\sqrt{۳}+۱+۲\sqrt{۲+\sqrt{۳}}}{\sqrt{۲+\sqrt{۳}}}$$

$$f(۲-\sqrt{۳})+f(۲+\sqrt{۳}) = \frac{۱+۲\sqrt{۲+\sqrt{۳}}+۲+\cancel{\sqrt{۳}}+۱+۲\sqrt{۲-\sqrt{۳}}+۲-\sqrt{۳}}{۱} =$$

$$\boxed{۶+۲\left(\sqrt{۲+\sqrt{۳}}+\sqrt{۲-\sqrt{۳}}\right)}$$

۸

درصورتی اختلاف دو تابع عبارتی درجه دوم می‌شود که هر دو تابع درجه دوم باشند.

$$f(x) = ax^۲+bx+c$$

$$۲(ax^۲+bx+c)-۳(ax^۲-bx+c) = \underline{۲a}x^۲+\underline{\underline{۲b}}x+\underline{\underline{\underline{۲c}}}\,\underline{-۳a}x^۲+\underline{\underline{۳b}}x\,\underline{\underline{\underline{-۳c}}} = \underline{۴}x^۲\,\underline{\underline{-x}}$$

$$\Rightarrow \; \rightarrow ۲a-۳a = ۴ \Rightarrow -a = ۴ \quad \boxed{a=-۴}$$

$$\Rightarrow \; \rightarrow ۲b+۳b = -۱ \Rightarrow ۵b = -۱ \quad \boxed{b=-\frac{۱}{۵}}$$

$$\Rightarrow \; \rightarrow ۲c-۳c = ۰ \Rightarrow \boxed{c=۰}$$

$$\boxed{f(x) = -۴x^۲-\frac{۱}{۵}x}$$

۹

$$x=۰ \longrightarrow ۲f(۰) = ۳m-۱$$

$$x=-۲ \longrightarrow ۶f(۰) = ۱۴+۵m-۱$$

$$\Big\} \; ۶f(۰)-۲f(۰) = ۱۴+۵m-\cancel{۱}-۳m+\cancel{۱}$$

$$۴f(۰) = ۱۴+۲m$$

$$۲f(۰) = ۸+m$$

$x=۰$ می‌دانیم با فرض ← $۲f(۰) = ۳m-۱$

$$\Rightarrow ۸+m = ۳m-۱ \Rightarrow ۲m = ۹ \quad \boxed{m=۴٫۵}$$

$$f(۰) = ۲f(۰) = (۳\times ۴٫۵)-۱ = ۱۲٫۵$$

$$۲f(۰) = ۱۲٫۵ \quad \boxed{f(۰) = ۶٫۲۵}$$

۱۰

$$f(x) = ax+b \Rightarrow ax+b+\frac{a}{x}+b = \frac{ax^۲+۲bx+a}{x} = \frac{۳x^۲-۱۲x+۳}{x}$$

$$\Rightarrow \boxed{a=۳} \quad ۲b = -۱۲ \quad \boxed{b=-۶}$$

$$f(x) = ۳x-۶ \qquad f(-۱) = ۳(-۱)-۶ = \boxed{-۹}$$