

ونذرا حاجی باباش - یازدهم پسر B - تکلیف شماره ۱ - توابع و خواص آنها

الف) $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x} - \frac{x}{x-1}}$

(I)

(II)

$x \neq 0, x-1 \neq 0 \Rightarrow x \neq 1 \Rightarrow$ مخرج نباید صفر شود

$$\frac{x-1}{x} - \frac{x}{x-1} \geq 0 \Rightarrow \frac{(x-1)^2 - x^2}{x(x-1)} \geq 0 \Rightarrow \frac{1-2x}{x(x-1)} \geq 0 \Rightarrow \frac{0}{+} - \frac{1}{+} + \frac{1}{-}$$

$\Rightarrow (-\infty, 0) \cup [\frac{1}{2}, 1)$ (III)

$D_f = I \cap II \cap III \Rightarrow D_f = (-\infty, 0) \cup [\frac{1}{2}, 1)$ ✓

۲

۱

ب) $f(x) = \frac{\frac{1}{x+1} - \frac{2}{x}}{\frac{3}{x-1} + \frac{1}{x+2}}$

(I)

(II)

(III)

مخرج نباید صفر شود $\Rightarrow x+1 \neq 0 \Rightarrow x \neq -1 \in x \neq 0 \in x-1 \neq 0 \Rightarrow x \neq 1 \in x+2 \neq 0 \Rightarrow x \neq -2$ (IV)

مخرج کل صفر نشود $\Rightarrow \frac{3}{x-1} + \frac{1}{x+2} \neq 0 \Rightarrow \frac{3x+2+x-1}{(x-1)(x+2)} \neq 0 \Rightarrow \frac{4x+1}{(x-1)(x+2)} \neq 0$

کسر نباید صفر شود $\Rightarrow 4x+1 \neq 0 \Rightarrow x \neq -\frac{1}{4}$ (V)

$D_f = I \cap II \cap III \cap IV \cap V \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{-2, -\frac{1}{4}, -1, 0, 1\}$ ✓

الف) $f(x) = \sqrt{\left(\left(\frac{1}{3}\right)^x - 9\right)(32 - 4^x)}$

۴

۲

۱) $\left(\frac{1}{3}\right)^x - 9 = 0 \Rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^x = 3^2 \Rightarrow 3^{-x} = 3^2 \Rightarrow -x = 2 \Rightarrow x = -2$ ریشه عبارت اول

۲) $32 - 4^x = 0 \Rightarrow 32 = 4^x \Rightarrow 2^5 = 2^{2x} \Rightarrow 5 = 2x \Rightarrow x = \frac{5}{2}$ ریشه عبارت دوم

تعیین علامت: $\frac{-2}{+} - \frac{5/2}{+} \Rightarrow D_f = (-\infty, -2] \cup [\frac{5}{2}, +\infty)$ ✓

$$\text{ب) } \sqrt[4]{x-1} + \sqrt{y+1} = 3$$

$$x-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1 \quad (I)$$

$$\sqrt{y+1} = 3 - \sqrt[4]{x-1} \Rightarrow 3 - \sqrt[4]{x-1} \geq 0 \Rightarrow \sqrt[4]{x-1} \leq 3$$

$$\Rightarrow x-1 \leq 3^4 \Rightarrow x-1 \leq 81 \Rightarrow x \leq 82 \quad (II)$$

$$D_f = I \cap II \Rightarrow \boxed{1 \leq x \leq 82} \Rightarrow D_f = [1, 82] \checkmark$$

$$f(x) = \frac{\log_f(x^2 - x - 2)}{\sqrt{x^2 - 1} + 1}$$

(I)

$$\Rightarrow (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$$

$$\text{داخل نگاریم باید مثبت باشد} \Rightarrow x^2 - x - 2 > 0 \Rightarrow (x-2)(x+1) > 0 \Rightarrow \begin{array}{c} -1 \quad 2 \\ + \quad - \quad + \end{array}$$

$$\text{خارج نگاریم باید منفی باشد} \Rightarrow x^2 - 1 > 0 \Rightarrow (x-1)(x+1) > 0 \Rightarrow \begin{array}{c} -1 \quad +1 \\ + \quad - \quad + \end{array}$$

$$\Rightarrow (-\infty, -1] \cup [1, +\infty) \quad (II)$$

* عبارت در مخرج هیچگاه صفر نمی شود زیرا $(\sqrt{x^2-1})$ همواره نامنفی است و آری
جایی که جمع شود همواره یک عبارت مثبت در نتیجه هیچگاه نمی تواند صفر باشد.

$$D_f = I \cap II \Rightarrow \boxed{(-\infty, -1) \cup (2, +\infty)} = D_f \checkmark$$

دامنه این عبارت

تابع $3 + ax - x^2$ یک سهم max است زیرا افزایش نمی پذیرد و چون زیرادیکال
است باید نامنفی باشد پس دامنه آن به صورت $[\alpha, \beta]$ است که در آن α و β
ریشه های معادله هستند و دامنه این تابع بازه $[-2, b]$ است در نتیجه b و -2 ریشه
های این تابع هستند پس به ازای مقدار b و -2 جایی که این رابطه صفر شود.

$$x = -2 \rightarrow 3 - 2a - 4 = 0 \rightarrow -1 - 2a = 0 \Rightarrow -2a = 1 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

$$\rightarrow -x^2 - \frac{1}{2}x + 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = \frac{5}{2} \Rightarrow b = \frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow \boxed{a+b = -\frac{1}{2} + \frac{5}{2} = \frac{4}{2} = 2} \checkmark$$

$$f(x) = \begin{cases} 3x-2 & ; x > 1 \\ 2x+3 & ; x < 1 \end{cases}$$

$$f(x) - x \geq 0$$

اکنون هر شاخه را جداگانه بررسی می‌کنیم

$$g(x) = \sqrt{f(x) - x}$$

$$f(x) = 3x-2 \quad x > 1 \text{ پس}$$

$$\Rightarrow f(x) - x \geq 0 \Rightarrow 3x-2-x \geq 0 \Rightarrow 2x-2 \geq 0 \Rightarrow 2(x-1) \geq 0 \Rightarrow x \geq 1 \quad (I)$$

$$f(x) = 2x+3 \quad x < 1 \text{ پس}$$

$$\Rightarrow f(x) - x \geq 0 \Rightarrow 2x+3-x \geq 0 \Rightarrow x+3 \geq 0 \Rightarrow x \geq -3 \Rightarrow -3 \leq x < 1 \quad (II)$$

با توجه به اینکه x را به طور بیش از حد کوچکتر از ۱ در نظر گرفتیم.

$$D_g = I \cup II \rightarrow [1, +\infty) \cup [-3, 1) \Rightarrow D_g = [-3, +\infty) \quad \checkmark$$

$$f(x) = \begin{cases} (a+1)(x+2) & ; x > 1 \\ 3a+2x & ; x \leq 1 \end{cases}$$

$$2f(x) = f(-2) + a$$

$$x = -2 \rightarrow f(-2) = 3a - 4 \Rightarrow \boxed{f(-2) = 3a - 4}$$

$$x = 0 \rightarrow f(0) = (a+1)(2) = 2a+2 \Rightarrow \boxed{2f(0) = 4a+4}$$

$$2f(0) = f(-2) + a \Rightarrow 4a+4 = 3a-4+a \Rightarrow 10a = -18$$

$$\Rightarrow a = \frac{-18}{10} \Rightarrow -1.8 \Rightarrow \boxed{a = -1.8} \leftarrow \text{مقدار } a \text{ (جواب)} \quad \checkmark$$

ابتدا باید توجه کنیم که دو عبارت $(2+\sqrt{3})$ و $(2-\sqrt{3})$ معکوس و یکدیگرند زیرا حاصل ضرب آنها برابر ۱ می‌شود.

$$f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = \left(\sqrt{x} + 2 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right) + \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \sqrt{x} + 2\right) = 2\left(\sqrt{x} + \sqrt{\frac{1}{x}}\right) + 4$$

$$x = 2+\sqrt{3} \rightarrow f(2+\sqrt{3}) + f(2-\sqrt{3}) = 2\left(\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}}\right) + 4$$

Arman

معکوس یکدیگرند

A

$$A^2 = (\sqrt{x+\sqrt{x}} + \sqrt{x-\sqrt{x}})^2 = x + \cancel{\sqrt{x}} + x - \cancel{\sqrt{x}} + \underbrace{(\sqrt{x+\sqrt{x}})(\sqrt{x-\sqrt{x}})}_{x-x=1} \times 2$$

$$\Rightarrow A^2 = x + x + \cancel{\sqrt{x}} \times 2 = 2(x) = 4 \Rightarrow A^2 = 4 \Rightarrow \boxed{A = \sqrt{4}}$$

$$\Rightarrow A = (\sqrt{x+\sqrt{x}} + \sqrt{x-\sqrt{x}}) = \sqrt{4}$$

$$\Rightarrow f(x+\sqrt{x}) + f(x-\sqrt{x}) = x(\sqrt{x+\sqrt{x}} + \sqrt{x-\sqrt{x}}) + k$$

$$\Rightarrow \boxed{f(x+\sqrt{x}) + f(x-\sqrt{x}) = x\sqrt{4} + k}$$

$$2f(x) - 3f(-x) = 4x^2 - x \Rightarrow 4f(x) - 4f(-x) = 8x^2 - 2x$$

$$2f(-x) - 3f(x) = 4x^2 + x \Rightarrow 4f(-x) - 9f(x) = 12x^2 + 4x$$

این دو معادله را از هم منفرجه می کنیم

$$2f(x) - 3f(-x) = 4x^2 - x \Rightarrow 4f(x) - 4f(-x) = 8x^2 - 2x$$

بنابراین می توانیم بنویسیم

$$\Rightarrow \boxed{f(x) = -4x^2 - \frac{x}{5}}$$

$$(x+2)f(x) - 3xf(x+2) = 4x^2 - mx + 3m-1$$

$$(-2+2)f(-2) + 4f(0) = 14 + 2m + 3m-1$$

$$\Rightarrow 4f(0) = 14 + 5m-1 \Rightarrow 4f(0) = 13 + 5m$$

$$\Rightarrow 4f(0) = 9m-3$$

$$x=0$$

$$\Rightarrow (0+2)f(0) - 3(0)f(2) = 3m-1 \Rightarrow 2f(0) = 3m-1$$

$$4f(0) = 5m+13$$

$$\Rightarrow 9m-3 = 5m+13 \Rightarrow 4m = 16 \Rightarrow \boxed{m = 4}$$

$$\Rightarrow 4f(0) = 5m+13 \xrightarrow{m=4} 4f(0) = \frac{5 \times 4}{4} + 13 = 10 + 13 = 23$$

$$\Rightarrow 4f(0) = \frac{10}{4} + 13 \Rightarrow 2f(0) = \frac{20}{4} \Rightarrow \boxed{f(0) = \frac{20}{4}}$$

Subject:

Year:

Month:

Day:

$f(x)$ تابع خطی نه نظر من کړه. * page: ()

$$f(x) = ax + b \Rightarrow f(a) + f\left(\frac{1}{a}\right) = a + b + \frac{a}{a} + b = a + \frac{a}{a} + 2b$$

$$\Rightarrow f(a) + f\left(\frac{1}{a}\right) = \frac{3a^2 - 12a + 3}{a} \Rightarrow \frac{3a^2 - 12a}{a} + \frac{3}{a} \Rightarrow 3a + \frac{3}{a} - 12$$

$$\Rightarrow a = 3, 2b = -12 \Rightarrow b = -6 \Rightarrow f(x) = ax + b \Rightarrow f(x) = 3x - 6$$

$$\Rightarrow f(-1) = 3(-1) - 6 \Rightarrow f(-1) = -3 - 6 = -9 \Rightarrow f(-1) = -9$$