۱- الف)

$\frac{x-1}{x} \geq \frac{x}{x-1} \Rightarrow \frac{x-1}{x} - \frac{x}{x-1} \geq 0$

مخرج مشترک

$x \neq 0$
$x \neq 1$ (۱)

$\frac{x^2-2x+1-x^2}{x^2-x} \Rightarrow \frac{-2x+1}{x^2-x} \geq 0$ (۲)

$x_1 = \frac{1}{2}$ $x_2 = 0$ $x_3 = 1$

	$(-\infty, 0)$	0	$(0, \frac{1}{2})$	$\frac{1}{2}$	$(\frac{1}{2}, 1)$	1	$(1, +\infty)$
$\frac{-2x+1}{x^2-x}$	+	∄	−	۰	+	∄	−

(۱)

$D_f = (-\infty, 0) \cup [\frac{1}{2}, 1)$ ✓

ب)

$x-1 \neq 0$ $x+1 \neq 0$ $\frac{3}{x-1} + \frac{1}{x+2} \neq 0$
$x+2 \neq 0$ $x \neq 0$

$\frac{3}{x-1} \neq \frac{1}{-2-x} \neq \frac{3}{-3x-6}$

$-1-x = 3x+6$
$4x = -7$
$x = -\frac{7}{4}$

$x_1 = 1$ $x_2 = -1$ $x_3 = -2$ $x_4 = 0$
$x_5 = -\frac{7}{4}$

$D_f = R - \{1, -1, -2, 0, -\frac{7}{4}\}$ ✓

۲- الف)

$3^{2x} - 4^x = 0$
$3^{2x} = 4^x$
$(\frac{1}{3})^x - 9 = 0$
$(\frac{1}{3})^x = 9$
$x_2 = -2$
$2x = 5$
$x_1 = \frac{5}{2}$

(۲)

	$(-\infty, -2)$	-2	$(-2, \frac{5}{2})$	$\frac{5}{2}$	$(\frac{5}{2}, +\infty)$
$3^{2x} - 4^x$	+	۰	−	۰	+

$D_f = (-\infty, -2] \cup [\frac{5}{2}, +\infty)$ ✓

ب)

$\sqrt{y+1} = 3 - \sqrt[4]{x-1} \Rightarrow 3 - \sqrt[4]{x-1} \geq 0$

$3 \geq \sqrt[4]{x-1}$

$x-1 \geq 0$
$x \geq 1$ (۱)

$3^4 \geq x-1$
$81 \geq x-1$
$82 \geq x$ (۲)

$D_f = [1, 82]$

$[1, 82]$ ✓

۳-

$$f(x)=\frac{\log_{\frac{1}{2}}(x^2-x-2)}{\sqrt{x^2-1}+1}$$

(۲)

$x^2-1\geq 0$

$x^2\geq 1$

$-1\geq x$

$x\geq 1$ (۱)

$\sqrt{x^2-1}+1\neq 0$

$\sqrt{x^2-1}\neq -1$

همواره OR می‌شود. (۳)

$x^2-x-2>0$

$(x-2)(x+1)>0$

$x_1=2 \quad x_2=-1$

-1	2
+	−	+

(۲) $(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$

(۱) ∩ (۲) ∩ (۳) : $(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$ ✓

۴-

$-x^2+ax+2\geq 0$ $\qquad a+b=$

(۲)

$x_1=-2 \quad x_2=b$

$-4-2a+2=0$ $\qquad -x^2+\frac{1}{4}x+2$

$-1=2a$ $\qquad x_1\times x_2=\frac{c}{a}=-2 \Longrightarrow -2\times x_2=-2$

$a=-\frac{1}{2}$ $\qquad b=x_2=\frac{2}{2}$

$b=\frac{2}{2}$ $\quad a=-\frac{1}{2}$ $\quad \boxed{a+b=1}$ ✓

۵-

$f(x)-x\geq 0$

$f(x)\geq x$

-2	1
−	+	+

(۲)

$2x-2 \;;\; x\geq 1 \Longrightarrow 2x-2-x\geq 0 \Rightarrow 2x-2\geq 0$

$x\geq 1$

$x+2 \;;\; x<1 \Rightarrow 2x+2-x\geq 0$

$x+2\geq 0$

$x\geq -2$

$-2\leq x<1$

$D_g=[-2,+\infty)$ ✓

Date No

۶-

$f(-2) = -4 + 3a$ $\quad 2f(5) = f(-2) + a$

$f(5) = 7a + 7$ $\quad 14a + 14 = -4 + 3a + a$

$10a = -18$

$a = -1.8$ ✓

(۲)

۷-

$f(x) = \dfrac{\sqrt{x}^2 + 2\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}} = \dfrac{(\sqrt{x}+1)^2}{\sqrt{x}} = \sqrt{x} + \dfrac{1}{\sqrt{x}} + 2$

(۲)

$x_1 = 2 + \sqrt{3}$

$x_2 = 2 - \sqrt{3}$

$x_1 \times x_2 = 4 - 3 = 1$

حاصلضرب ۲ عدد ① بوده

پس عکس هم بودند.

$x_1 = \dfrac{1}{x_2}$

$t^2 + \dfrac{1}{t^2} = 2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} = 4$

$(t + \dfrac{1}{t})^2 = t^2 + \dfrac{1}{t^2} + 2 = 4 + 2 = 6 \Rightarrow$

$t + \dfrac{1}{t} = \sqrt{6}$

$\sqrt{x_1} = t$

$f(x_1) = t + \dfrac{1}{t} + 2$

$f(x_2) = \dfrac{1}{t} + t + 2$

$f(x_1) + f(x_2) = 2(t + \dfrac{1}{t} + 2) \Rightarrow f(x_1) + f(x_2) = 4 + 2\sqrt{6}$ ✓

۸- (۲)

$2f(x) - 3f(-x) = 4x^2 - x$ ①

$\times 2$

به جای (x) ، $-x$ می‌گذاریم

$2f(-x) - 3f(x) = 4x^2 + x$ ②

$\times 3$

$\Rightarrow 4f(x) - 6f(-x) - 9f(x) + 6f(-x) =$

$-5f(x) = 8x^2 - 2x + 12x^2 + 3x = 20x^2 + x$

$-5f(x) = 20x^2 + x$

$f(x) = -4x^2 - \dfrac{x}{5}$ ✓

.9

$\lim_{x\to 1}(x+1)f(x) - 0 = 3m-1$

$f(x) = \frac{3m-1}{2} = \frac{9m-3}{6}$ ①

(۲)

$x = -2 \Rightarrow 0f(-2) + 4f(x) = 14 + 3m + 3m - 1 : 13 + 6m$

$4f(x) = 13 + 6m$

$f(x) = \frac{13+6m}{4}$ ②

① ، ② $\Rightarrow 9m - 3 = 13 + 6m$

$3m = 18$

$m = \frac{18}{3}$ ✓

$\frac{18}{3}$

$f(x) = \frac{(3 \times \frac{9}{2}) - 1}{2} = \frac{25}{4}$ ✓

.10

$\lim_{x\to 1}$

$x = 1 \Rightarrow f(1) + f(1) = 3 - 12 + 3$

(۲)

$2f(1) = -6$

$f(1) = -3$

$x = -1 \Rightarrow f(1) + f(-1) = \frac{3 + 12 + 3}{-1} = -18$

$2f(-1) = -18$ ✓

$f(-1) = -9$