عرفان حاجی علی زاده — تمرین شماره ۴

۱

الف: $\frac{x-1}{x}-\frac{x}{x-1}\geq 0 \quad \frac{x^2+1-2x-x^2}{x^2-x}=\frac{-2x+1}{x^2-x}\geq 0$

$0 \quad \frac{1}{2} \quad 1$; $+ \;|\; - \;|\; + \;|\; -$ (ن، ن)

$D_f=(-\infty,0)\cup[\frac{1}{2},1)$

ب: $x\neq 0,-1,1,-2$

$\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}\neq 0 \quad \frac{3x+6+x-1}{x^2+x-2}=\frac{4x+5}{x^2+x-2} \quad x\neq -\frac{5}{4}$

$D_f=\mathbb{R}-\{0,1,-1,2,-\frac{5}{4}\}$

۲

الف: $(\frac{1}{3}^x-9)(32-4^x)\geq 0$

$-2 \quad \frac{5}{2}$; $+ \;0\; - \;0\; +$

$D_f=\mathbb{R}-(-2,\frac{5}{2})$

ب: $\sqrt{y+1}=3-\sqrt[4]{x-1}$

$y+1=9+\sqrt{x-1}-6\sqrt[4]{x-1}$

$y=8+\sqrt{x-1}-6\sqrt[4]{x-1}$

$x-1\geq 0$

$x\geq 1 \quad D_f=[1,+\infty)$

۳

$x^2-x-2>0 \quad (x-2)(x+1)>0$; $-1 \quad 2$; $+ \;0\; - \;0\; +$

$x^2-1\geq 0 \quad (x+1)(x-1)\geq 0$; $-1 \quad 1$; $+ \;0\; - \;0\; +$

$D_f=\mathbb{R}-[-1,2]$

۴

$-x^2+ax+3\geq 0$

$-(x^2+\frac{1}{2}x-3)=-x^2-\frac{1}{2}x+3$

$-(x^2-ax-3)\geq 0$

$-(x+2)(x-\frac{3}{2})\geq 0$; $-2 \quad \frac{3}{2}$; $- \;0\; + \;0\; -$

$\frac{3}{2}-\frac{1}{2}=\boxed{1}$

$D_f=[-2,\frac{3}{2}]$

۵

if $x\geq 1 \quad 3x-2 \quad f(x)-x$ همیشه مثبت است

if $x<1 \quad 2x+3$

$2x+3=x$

$x=-3$; -3 ; $- \;|\; +$

$D_f=[-3,+\infty)$

$f(۵) = (a+1)۷ = ۷a + ۷$

$۱۴a + ۱۴ = ۳a - ۴ + a$

$۱۴a + ۱۴ = ۴a - ۴$

$۱۰a = -۱۸$

$a = \frac{-۱۸}{۱۰}$ ۶

$a = ۲ + \sqrt{۳}$

$b = ۲ - \sqrt{۳}$

$\sqrt{۲+\sqrt{۳}} = \frac{\sqrt{۶}+\sqrt{۲}}{۲}$

$\sqrt{۲-\sqrt{۳}} = \frac{\sqrt{۶}-\sqrt{۲}}{۲}$

$\sqrt{a} + \sqrt{b} = \frac{\sqrt{۶}+\sqrt{۲}}{۲} + \frac{\sqrt{۶}-\sqrt{۲}}{۲} = \sqrt{۶}$

$\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{۲+\sqrt{۳}}} = \sqrt{۲-\sqrt{۳}} = \sqrt{b}$ ۷

$\frac{1}{\sqrt{b}} = \frac{1}{\sqrt{۲-\sqrt{۳}}} = \sqrt{۲+\sqrt{۳}} = \sqrt{a}$

$\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{\frac{1}{a}} + \sqrt{\frac{1}{b}} + ۴$

$\sqrt{\frac{1}{a}} + \sqrt{\frac{1}{b}} = \sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{۶}$

$\boxed{\sqrt{۶} + \sqrt{۶} + ۴ = ۴ + ۲\sqrt{۶}}$

$۲f(x) - ۳f(-x) = ۴x^۲ - x \quad \times ۲$

$۲f(-x) - ۳f(x) = ۴x^۲ + x \quad \times ۳$

$۴f(x) - ۶f(-x) = ۸x^۲ - ۲x$

$۶f(-x) - ۹f(x) = ۱۲x^۲ + ۳x$ +

$-۵f(x) = ۲۰x^۲ + x$ ۸

$f(x) = -۴x^۲ - \frac{x}{۵}$

---

if $x = -۲$ $\quad ۶f(۰) = ۱۶ + ۲m + ۳m - ۱$

if $x = ۰$ $\quad ۲f(۰) = ۳m - ۱$

$۹m - ۳ = ۵m + ۱۵$ ۹

$۴m = ۱۸$ $\quad ۱۵ + ۵m = ۶f(۰)$ $\quad \boxed{f(۰) = \frac{۷۵}{۱۲}}$

$m = \frac{۱۸}{۴}$ $\quad ۱۵ + \frac{۴۵}{۲} = ۶f(۰)$

$f(-1) + f(-1) = \frac{۳ + ۱۲ + ۳}{-۱}$

$۲f(-1) = -۱۸$ ۱۰

$\boxed{f(-1) = -۹}$