نام و نام خانوادگی ...پارسا ایروانی... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۴... کلاس یازدهم پسر ...B...

۱

الف) $f(x)=\sqrt{\frac{x-1}{x}-\frac{x}{x-1}} \Rightarrow \frac{x-1}{x}-\frac{x}{x-1}\geq 0 \Rightarrow \frac{x^2-2x+1-x^2}{x(x-1)}\geq 0 \Rightarrow \frac{1-2x}{x(x-1)}\geq 0$

$\Rightarrow$ $P\geq 0$: $0,\ \frac{1}{2},\ 1$: $+$ ت $-$ $+$ ت $-$ $\Rightarrow D_f=(-\infty,0)\cup[\frac{1}{2},1)$

ب) $f(x)=\dfrac{\frac{1}{x+1}-\frac{2}{x}}{\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}} \Rightarrow x\neq 0,-1,1,-2$; $\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}=0 \Rightarrow \frac{3}{x-1}=\frac{-1}{x+2} \Rightarrow 3x+6=1-x$

$\Rightarrow 4x=-5 \Rightarrow x=-\frac{5}{4}=-1.25 \qquad D_f=\mathbb{R}-\{-\frac{5}{4},-1,0,-2,1\}$

۲

الف) $f(x)=\sqrt{\left(\left(\frac{1}{3}\right)^x-9\right)\left(32-4^x\right)} \Rightarrow \left(\left(\frac{1}{3}\right)^x-9\right)\left(32-4^x\right)\geq 0 \qquad D_f=\mathbb{R}-(-2,2.5)$

$\left(\frac{1}{3}\right)^x-9=0 \Rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^x=9 \Rightarrow 3^{-x}=3^2 \Rightarrow x=-2$

$32-4^x=0 \Rightarrow 32=4^x \Rightarrow 2^5=2^{2x} \Rightarrow x=2.5$ $\Rightarrow$ $P\geq 0$: $-2,\ 2.5$: $+\ -\ +$

ب) $\sqrt[4]{x-1}+\sqrt{y+1}=3 \Rightarrow \sqrt{y+1}=3-\sqrt[4]{x-1} \Rightarrow y+1=\left(3-\sqrt[4]{x-1}\right)^2$

چون $3=Max\sqrt[4]{x-1}$ است $\Rightarrow x-1\leq 81 \Rightarrow x\leq 80$

$\Rightarrow y=\left(3-\sqrt[4]{x-1}\right)^2-1 \Rightarrow x\geq 1 \qquad D_f=[1,+\infty)\cap(-\infty,80]=[1,80]$

۳

$f(x)=\dfrac{\log_4(x^2-x-2)}{\sqrt{x^2-1}+1}$

(I) $x^2-x-2>0 \Rightarrow x^2-x-2>0 \Rightarrow (x-2)(x+1)>0 \Rightarrow$ $-1,\ 2$: $+\ -\ +$ $\Rightarrow (-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$

(II) $x^2-1\geq 0 \Rightarrow x=\pm 1 \Rightarrow$ $-1,\ +1$: $+\ -\ +$ $\Rightarrow (-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$

(III) $\sqrt{x^2-1}+1=0 \Rightarrow \sqrt{x^2-1}=-1$ ✗

$D_f=I\cap II \Rightarrow (-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$

۴

$\sqrt{3+ax-x^2} \qquad D_f=[-2,b] \Rightarrow$ $-2,\ b$: $-\ +\ -$

$3+ax-x^2 \xrightarrow{x=-2} 3-2a-4=0 \Rightarrow -2a=1 \Rightarrow a=-\frac{1}{2}$

$\Rightarrow \sqrt{3-\frac{1}{2}x-x^2} \Rightarrow -x^2-\frac{1}{2}x+3\geq 0 \Rightarrow -x^2-\frac{1}{2}x+3=0 \xrightarrow{\Delta=\frac{1}{4}+12} \Delta=\frac{49}{4}$

$\Rightarrow$ ریشه‌ها $=\dfrac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}=\dfrac{\frac{1}{2}\pm\frac{7}{2}}{-2} \Rightarrow \dfrac{\frac{1}{2}+\frac{7}{2}}{-2}=-2 \ ,\ \dfrac{\frac{1}{2}-\frac{7}{2}}{-2}=\frac{3}{2}$

$a=-\frac{1}{2}$

$b=\frac{3}{2}$

$a+b=\frac{3}{2}-\frac{1}{2}=1$

۵

$f(x)=\begin{cases}3x-2 & ; x\geq 1\\ 2x+3 & ; x<1\end{cases} \qquad g(x)=\sqrt{f(x)-x}$

$\text{if } x\geq 1 \rightarrow g(x)=\sqrt{3x-2-x}=\sqrt{2x-2} \Rightarrow 2x-2\geq 0 \Rightarrow 2x\geq 2 \Rightarrow x\geq 1$ ✓

$\text{if } x<1 \rightarrow g(x)=\sqrt{2x+3-x}=\sqrt{x+3} \Rightarrow x+3\geq 0 \Rightarrow x\geq -3 \Rightarrow 1>x\geq -3$ ✓

$D_f=[-3,1)\cup[1,+\infty)=[-3,+\infty)$

$f(x)=\begin{cases}(a+1)(x+2) \ ; & x>1\\ 3a+2x \ ; & x\le 1\end{cases}$ $\quad 2f(5)=f(-2)+a \ (I)$

$2f(5)=2\times(a+1)(5+2)=2\times(a+1)\times 7=14a+14$ ۶

$f(-2)=3a+2(-2)=3a-4$

$(I)=14a+14=3a-4+a \Rightarrow 14a+14=4a-4 \Rightarrow 10a=-18 \Rightarrow a=-1.8$

$f(x)=\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}+2 \qquad f(2-\sqrt3)+f(2+\sqrt3)=?=2A=4+2\sqrt6$

$f(2-\sqrt3)+f(2+\sqrt3)=\sqrt{2-\sqrt3}+\frac{1}{\sqrt{2-\sqrt3}}+2+\sqrt{2+\sqrt3}+\frac{1}{\sqrt{2+\sqrt3}}+2$

$\Rightarrow f(2-\sqrt3)+f(2+\sqrt3)=\frac{2}{\sqrt{2+\sqrt3}}+\frac{2}{\sqrt{2-\sqrt3}}+4=\frac{2\sqrt{2-\sqrt3}+2\sqrt{2+\sqrt3}}{(\sqrt{2+\sqrt3})(\sqrt{2-\sqrt3})}+4$ ۷

$=2\sqrt{2-\sqrt3}+2\sqrt{2+\sqrt3}+4=2A \Rightarrow A=\sqrt{2-\sqrt3}+\sqrt{2+\sqrt3}+2 \Rightarrow A-2=\sqrt{2-\sqrt3}+\sqrt{2+\sqrt3}$

$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} A^2-4A+4=2-\sqrt3+2+\sqrt3+2(\sqrt{2-\sqrt3}\sqrt{2+\sqrt3}) \Rightarrow A^2-4A-2=0 \xRightarrow{\Delta=24} A=2+\sqrt6$ ق ق ، $2-\sqrt6$ غ ق ق

$2f(x)-3f(-x)=4x^2-x$

$2f(-x)-3f(x)=4x^2+x \quad \ominus \Rightarrow 5f(-x)-5f(x)=2x \Rightarrow f(-x)-f(x)=\frac{2}{5}x$

$2f(-x)-3f(x)=4x^2+x \Rightarrow 2f(-x)-2f(x)-f(x)=4x^2+x$ ۸

$\Rightarrow \frac{4}{5}x-f(x)=4x^2+x \Rightarrow -f(x)=4x^2+\frac{x}{5} \Rightarrow f(x)=-4x^2-\frac{x}{5}$

$(x+2)f(x)-3xf(x+2)=4x^2-mx+3m-1 \qquad f(0)=?$

$\xrightarrow{if\ x=0} 2f(0)=3m-1 \ (I)$

$\xrightarrow{if\ x=-2} 6f(0)=16+2m+3m-1 \Rightarrow 6f(0)=5m+15 \Rightarrow 2f(0)=\frac{5m+15}{3} \ (II)$ ۹

$\xrightarrow{I,II} 3m-1=\frac{5m+15}{3} \Rightarrow 9m-3=5m+15 \Rightarrow 4m=18 = m=\frac{9}{2}$

$2f(0)=\frac{27}{2}-1=13.5-1=12.5 \Rightarrow f(0)=6.25=\frac{25}{4}$

$f(x)+f(\frac{1}{x})=\frac{3x^2-12x+3}{x} \qquad f(-1)=?$

$\xrightarrow{if\ x=-1} f(-1)+f(-1)=\frac{3+12+3}{-1} \Rightarrow 2f(-1)=\frac{18}{-1}=-18 \Rightarrow f(-1)=-9$

اگر تابع خطی را هم بخواهد

$\xrightarrow{if\ x=1} f(1)+f(1)=\frac{3-12+3}{1}=-6 \Rightarrow 2f(1)=-6 \Rightarrow f(1)=-3$ ۱۰

شیب $=a=\frac{-3-(-9)}{1-(-1)}=\frac{6}{2}=3 \qquad f(x)=3x+b \xRightarrow[f(1)=-3]{} 3+b=-3 \Rightarrow b=-6$

$f(x)=3x-6$