

به نام خدا

ونراد حاجی بابائی - یازدهم پسر B - تکلیف شماره ۵ - توابع و خواص آنها

①

$$f(x) = \left(\frac{1}{x}\right)^{x-2} - 1 \Rightarrow f(x+1) = \left(\frac{1}{x+1}\right)^{x-1} - 1$$

$$y = \sqrt{x^3 f(x+1)} \Rightarrow x^3 \left(\left(\frac{1}{x+1}\right)^{x-1} - 1 \right) \geq 0 \Rightarrow \frac{0}{-1+1-} \Rightarrow D_f = [0, 1]$$

$$f(x) = \sqrt{x+|x+2|} \Rightarrow f(-x) = \sqrt{|2-x|-x} \Rightarrow |2-x|-x \geq 0$$

$$\Rightarrow |2-x| \geq x$$

حالت نری بر اساس قدر مطلق:

②

$$x \leq 2 \rightarrow 2-x \geq x \Rightarrow 2 \geq 2x \Rightarrow 1 \geq x \checkmark$$

این فرضیه غیر قابل قبول است زیرا هیچگاه $x > 2 \rightarrow x-2 \geq x \Rightarrow -2 \geq 0$ ✗ $\rightarrow$

$-2 \geq 0$ ممنوع

$$\Rightarrow D_f = (-\infty, 1]$$

$$y = \sqrt{\frac{x-1}{f(x)}} \Rightarrow \frac{x-1}{f(x)} \geq 0 \xrightarrow{(f(x) \neq 0)}$$

	-4	-1	1	2	3
$x-1$	-	-	+	+	+
$f(x)$	+	-	-	+	+
y	-	+	-	+	+

$$\Rightarrow D_f = (-4, 1] \cup (2, 3)$$

Arman

③

$$y_1 = \frac{1}{9x^2 - 4x - 3} \Rightarrow y_1 = \frac{1}{(3x^2 + x + 1)(3x^2 - x - 3)}$$

$$1. 3x^2 + x + 1 = 0 \rightarrow \Delta = 1 - 12 < 0$$

$$2. 3x^2 - x - 3 = 0 \rightarrow \Delta = 1 + 36 > 0$$

۴

عبارت شماره ۱ ریشه حقیقی ندارد اما عبارت شماره ۲ دو ریشه حقیقی متقابله دارد پس دامنه این تابع شامل اعداد حقیقی (IR) به غیر از ریشه های عبارت دوم می شود و اگر دامنه این تابع با تابع $(y_2 = \frac{1}{3x^2 + ax + b})$ برابر باشد ریشه منفرجه می گیریم که:

$$3x^2 - x - 3 = 3x^2 + ax + b \Rightarrow a = -1, b = -3$$

$$\Rightarrow \sqrt{-(a+b)} \Rightarrow \sqrt{-(-1-3)} \Rightarrow \sqrt{-(-4)} \Rightarrow \sqrt{4} = 2 \Rightarrow \sqrt{-(a+b)} = 2$$

$$y = \sqrt{f(x) - f\left(\frac{x}{2}\right)} \quad , \quad f(x) = x^3 + x$$

$$\Rightarrow f(x) - f\left(\frac{x}{2}\right) \geq 0 \Rightarrow f(x) \geq f\left(\frac{x}{2}\right) \Rightarrow x^3 + x \geq \frac{4x^3}{8} + \frac{x}{2}$$

$$\Rightarrow x^4 + x^2 \geq 4x + 4x^2 \Rightarrow x^4 + x^2 - 4x^2 - 4x \geq 0$$

۵

$$\Rightarrow (x-2)(x+2)(x^2 + 5x^2 + 14) \geq 0$$

$$t = x^2 \Rightarrow t^2 + 5t + 14 \Rightarrow \Delta = 25 - 56 < 0$$

چون دلتای این عبارت منفی است پس ریشه حقیقی ندارد (و دیگر تجزیه پذیری نیست)

$$(x-2)(x+2)(x^2 + 5x^2 + 14) \geq 0 \Rightarrow \frac{-2}{+} \frac{2}{-} \frac{+}{+} \Rightarrow D = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$$

$$f(x^3 + x) = 2x^2 - 1 \quad , \quad x=1 \rightarrow f(2) = 2(1) - 1 \Rightarrow \boxed{f(2) = 1}$$

$$x=2 \rightarrow f(2^3 + 2) = 2(4) - 1 \Rightarrow \boxed{f(10) = 7}$$

۶

$$f(10) + f(2) = 7 + 1 = 8 \Rightarrow \boxed{f(2) + f(10) = 8}$$

$$f(x) = x^3 - 4x^2 + 12x = (x-2)^3 + 8$$

$$g(x) = x^3 + 9x^2 + 27x = (x+3)^3 - 27$$



$$\Rightarrow x_1 = \sqrt[3]{V} - 3 \quad , \quad x_2 = \sqrt[3]{K} + 2$$

$$g(\sqrt[3]{V} - 3) \rightarrow x_1 + 3 = \sqrt[3]{V} \Rightarrow g(x_1) = (x_1 + 3)^3 - 27 \Rightarrow V - 27 = -20 \quad |$$

$$f(\sqrt[3]{K} + 2) \rightarrow x_2 - 2 = \sqrt[3]{K} \Rightarrow f(x_2) = (x_2 - 2)^3 + 8 \Rightarrow K + 8 = 12 \quad |$$

$$\frac{g(\sqrt[3]{V} - 3)}{f(\sqrt[3]{K} + 2)} = \frac{-20}{12} = \frac{-5}{3} \Rightarrow \text{جواب نهایی: } \frac{-5}{3}$$

$$f(x) = \sqrt{x+K\sqrt{x-K}} \quad , \quad g(x) = \sqrt{x-K\sqrt{x-K}} \quad ; \quad x \geq K$$

$$f(x) + g(x) = \sqrt{x+K\sqrt{x-K}} + \sqrt{x-K\sqrt{x-K}} = A$$

$$\Rightarrow A^2 = (\sqrt{x+K\sqrt{x-K}} + \sqrt{x-K\sqrt{x-K}})^2$$

$$= x + K\sqrt{x-K} + x - K\sqrt{x-K} + 2\sqrt{x^2 - 14(x-K)}$$

$$x^2 - 14x + 4K = (x-A)^2$$



$$\Rightarrow 2x + 2\sqrt{(x-A)^2} \Rightarrow 2x + 2|x-A|$$

$$K \leq x \leq A$$

الآن این قدر مطلق را به دو حالت

$$K \leq x \leq A \Rightarrow 2x + 14 - 2x \Rightarrow A^2 = 14 \Rightarrow A = K$$

$$A \leq x \rightarrow 2x + 2x - 14 \Rightarrow A^2 = 4x - 14 \Rightarrow A = 2\sqrt{x-K}$$

$$f(x) + g(x) = \begin{cases} K & K \leq x \leq A \\ 2\sqrt{x-K} & A \leq x \end{cases}$$

جواب به اینک در صورت سوال گفته شده که $f(x) + g(x) = a + b\sqrt{x+c}$ است نتیجه من کبریم که $A \leq x$ است و با توجه به این فرض مقایسه

$$2\sqrt{x-K} = a + b\sqrt{x+c} \Rightarrow a=0, b=2, c=-K$$

$$\Rightarrow \frac{a+b}{c} = \frac{0+2}{-K} = \frac{-1}{K} \Rightarrow \boxed{\frac{a+b}{c} = \frac{-1}{K}}$$

$$f(x) = \frac{x+1}{x^2-1x+1} \Rightarrow f(x) = \frac{x+1}{(x-1)(x-1)} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{1\}$$

$$g(x) = \{(1,1), (1,0), (1,1), (0,1)\}$$

9

$$D_{\frac{g}{f}} = D_f \cap D_g - \{x | f(x) = 0\} \Rightarrow D_{\frac{g}{f}} = \{1,0\}$$

$$\frac{g}{f} = \{(1, \frac{1}{1}), (0, \frac{1}{1})\} \Rightarrow \frac{g}{f} = \{(1, \frac{1}{1}), (0, 1)\}$$

$$f(x) = \{(1,1), (1,1), (1,1), (0,1)\}$$

$$g(x) = \{(-1,1), (1,-1), (1,1), (-1,0)\}$$

$$a) f(x) = \{(1,1), (1,1), (1,1), (0,1)\}$$

$$b) f(x) = \{(1,1), (-1,1), (\sqrt{1}, -1), (-\sqrt{1}, -1), (1,1), (-1,1)\}$$

$$c) \frac{g}{f}(x) = \{(-1,1), (1,1), (1,1), (1,1)\}$$

10

$$\Rightarrow \frac{f}{g} \Rightarrow \frac{f}{g} = \{(1,1), (1,-1), (1,1), (-1,1)\}$$

$$\Rightarrow \frac{f}{g} = \{(1,-1), (1,-1)\}$$