عرفان حاجی علی زاده — تمرین شماره ۵ — ۱۹

---

(۲) ۱

$x^3 f(x+1) \geq 0 \qquad x^3\left(\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} - 1\right) \geq 0 \qquad x^3(2^{1-x} - 1) \geq 0$

Sign chart: 0, 1 : $- \; 0 \; + \; 0 \; -$

$D_f = [0, 1]$ ✓

---

(۲) ۲

$x + |x+2| \geq 0 \qquad \text{if } x \Rightarrow -x \qquad -x + |2-x| \geq 0$

Sign chart at 2: $2 - 2x \geq 0$ | $-2 \geq 0$ ✗

$2 - 2x \geq 0$

$2 \geq 2x$

$1 \geq x$

$D_f = (-\infty, 1]$ ✓

---

(۲) ۳

Sign chart: −4, 1, 2, 3 : $-$ ت.ن $+$ 0 $-$ ت.ن $+$ ت.ن $-$

$\frac{x-1}{f x} \geq 0$

$D_f = (-4, 1] \cup (2, 3)$ ✓

---

(۲) ۴

$9x^4 - 7x^2 - 4x - 3 = (3x^2 + ax + b)(3x^2 + cx + d)$

$x^2(3d + ac + 3b) = -7x^2$

$3d + ac + 3b = -7$

$3d - a^2 + 3b = -7$

$3ax^3 + 3cx^3 = 0x^3$

$3a + 3c = 0$

$-a = c$

$bd = -3 \quad \begin{cases} 1, -3 \\ -1, 3 \end{cases}$

$(ad + bc)x = -4x$

$ad + bc = -4$

$ad - ab = -4$

$a(d - b) = -4$

$d = -1$

$b = -3$

$\sqrt{4} = 2$ ✓

(۱٫۵) ۵

$x^3 + x - \frac{64}{x^3} - \frac{4}{x} \geq 0 \qquad x \neq 0$

$(\times x^3)$

$x^6 + x^4 - 64 - 4x^2 = (x^2 - 4)(x^4 + 16 + 4x^2) + x^2(x^2 - 4)$

$(x^2 - 4)(x^4 + 5x^2 + 16) \geq 0$ — همواره مثبت

$x^2 - 4 \geq 0 \qquad (x+2)(x-2) \geq 0$

Sign chart: −2, 2 : $+ \; - \; +$

$D_f = \mathbb{R} - (-2, 2)$

Green correction: sign chart −2, 0, 2 : $- \; + \; - \; +$

با ضرب ناعادلا تغییر میکند (صفر را حذف میکنید)

$x=1 \qquad f(2) = 2-1 = 1$ (2)

$x=3 \qquad f(10) = 8-1 = 7$

$f(2)+f(10) = 1+7 = 8$ ✓ 6

$f(x) = (x-2)^3+8$ (2)

$g(x) = (x+3)^3-27$

$\dfrac{(\sqrt[3]{7}-3+3)^3-27}{(\sqrt[3]{2}+2-2)^3+8} = \dfrac{-20}{10} = -2$ ✓ 7

$f(x) = \sqrt{x-4+4\sqrt{x-4}+4} = \sqrt{(\sqrt{x-4}+2)^2} = |\sqrt{x-4}+2| \qquad x \geq 4 \Rightarrow \sqrt{x-4}+2$ (2)

$g(x) = \sqrt{x-4-4\sqrt{x-4}+4} = \sqrt{(\sqrt{x-4}-2)^2} = |\sqrt{x-4}-2| \Rightarrow \sqrt{x-4}-2$ 8

$f(x)+g(x) = \sqrt{x-4}+2+\sqrt{x-4}-2 = 2\sqrt{x-4}$

$c=-4$, $b=2$, $d=0$

✓ $\dfrac{0+2}{-4} = \dfrac{-1}{2}$

$f(x) = \dfrac{x+2}{(x-3)(x-1)}$ (2)

$\dfrac{2+2}{(2-3)(2-1)} = \dfrac{4}{-1} = -4$

$(3,5)$ ×

$(1,0)$ ×

$\dfrac{0+2}{(0-3)(0-1)} = \dfrac{2}{3}$ 9

$\dfrac{g}{f} = \left\{\left(2, \dfrac{-1}{4}\right), \left(0, \dfrac{4}{\frac{2}{3}}\right)\right\}$ ✓

(1,5)

الف: $\left\{\left(\frac{1}{2}, 2\right), \left(\frac{3}{2}, -1\right), (2,2), \left(\frac{-1}{2}, 6\right)\right\}$ ✓

ب: $\{(\pm 1, 2), (\pm\sqrt{3}, -1), (\pm 2, 2)\}$ ریشه دوم باید بگیری

ج: $\{(1,9), (3,-1), (4,9), (-1,73)\}$ → داخل ثابته تغییرات روی برد اعمال میشه: 10

د: $\{(1,-4), (3,-1)\}$ ✓

۱) توان ۲

۲) ×۲

۳) +۱