مهدی کاظمی تکلیف شماره ۶

-۱

الف) $y = x^3 - 3x^2 + 3x \longrightarrow y-1 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 \longrightarrow y-1 = (1-x)^3 \longrightarrow \sqrt[3]{y-1} = 1-x$

$-\sqrt[3]{y-1} + 1 = x$ به دلیل فرد بودن درجه برد برابر است با: $R_f = \mathbb{R}$

ب) $y = \frac{1}{x^2 - 2x} \longrightarrow yx^2 - 2yx = 1 \longrightarrow yx^2 - 2yx - 1 = 0 \xrightarrow{\Delta \text{ گیری}} x = \frac{2y \pm \sqrt{4y^2 + 4y}}{2y}$

$x = \frac{y \pm \sqrt{y^2 + y}}{y}$ $R_f = (-\infty, -1] \cup (0, +\infty)$

$y \neq 0 \ , \ y^2 + y \geq 0$

$y(y+1) \geq 0$

	0	-1	
	+	-	+

-۲

الف) $x^2 - 4x + 10 \xrightarrow{a>0} \begin{cases} x_{min} = \frac{-b}{2a} = 2 \\ y_{min} = 6 \end{cases} \longrightarrow R_f = [6, +\infty)$

ب) $y = -x^2 + 6x + 3 \xrightarrow{a<0} \begin{cases} x_{max} = \frac{-b}{2a} = 3 \\ y_{max} = 12 \end{cases} \longrightarrow R_f = (-\infty, 12]$

ج) $y = \sqrt{x^2 - 4x - 3} \xrightarrow{a>0} \begin{cases} x_{max} = \frac{-b}{2a} = 2 \\ y_{max} = -7 \end{cases} \longrightarrow R_f = \sqrt{[0, +\infty)} = [0 +\infty)$

د) $y = \sqrt{6x - x^2} \xrightarrow{a<0} \begin{cases} x_{max} = \frac{-b}{2a} = 3 \\ y_{max} = 9 \end{cases} \longrightarrow R_f = \sqrt{(-\infty\ 9]} = [0\ 3]$

-۳

الف) $x^3 - 5x^2 + 2x + 1 \longrightarrow R_f = \mathbb{R}$

ب) $y = x^7 - 6x^4 + 3x + 2 \longrightarrow R_f = \mathbb{R}$

ج) $y = \sqrt{x^7 - 6x^2 + 5x + 1} \longrightarrow R_f = [0 + \infty)$

د) $y = (x^5 - 4x^2 + 3x + 1)^2$

-۴

الف) $y = \frac{3x+1}{x-2}$ $\frac{a}{c} = \frac{3}{1} = 3$

$R_f = \mathbb{R} - \{3\}$

ب) $y = \frac{2x+1}{x+1}$ $\frac{a}{c} = \frac{2}{1} = 2$

$R_f = \mathbb{R} - \{2\}$

-۵

الف) $y=\sqrt{\frac{۲x+۴}{x+۱}}$ $x=-\frac{y-۴}{y-۲}$ $x=\frac{۴-y}{y-۲}$

$R_f=\sqrt{(۲,۴]}=(\sqrt{۲},۲]$

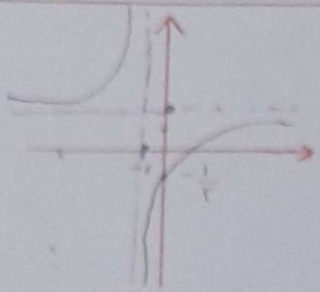
ب) $y=\sqrt{\frac{۳x+۱}{۲-x}}$ $x=-\frac{-y-۱}{y-۳}=\frac{y+۱}{y-۳}$

$R_f=\sqrt{(-\infty,-۱]\cup(۳,+\infty)}=(\sqrt{۳},+\infty)$

-۶

الف) $y=\frac{۲x-۲}{x+۱}$

$\frac{-۱}{۲}$

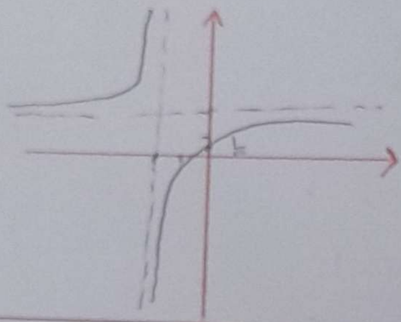


$x=-۱$

$y=\frac{۲}{۱}=۲$

ب) $y=\frac{۲x-۱}{x+۲}$

$\frac{۱}{۲}$



$x=-۲$

$y=\frac{۲}{۱}=۲$

-۷

الف) $y=\sin x+\frac{۱}{\sin x}\longrightarrow R_f=(-\infty,-۲]\cup[۲,+\infty)$

ب) $y=\frac{x^۴+۱}{x^۲}=x^۲+\frac{۱}{x^۲}\longrightarrow R_f=(-\infty,-۲]\cup[۲,+\infty)$

ج) $y=\frac{\sqrt[۵]{x^۲}+۱}{\sqrt[۵]{x}}=\sqrt[۵]{x}+\frac{۱}{\sqrt[۵]{x}}\longrightarrow R_f=(-\infty,-۲]\cup[۲,+\infty)$

د) $y=\sqrt{x}+\frac{۱}{\sqrt{x}}\quad R_f=[۲,+\infty)$

-۸

الف) $y=x^۲+\frac{۱}{x^۲+۴}$ $x^۲+\frac{۱}{x^۲}=-\frac{۱}{۴}$ $R_f=[-\frac{۱}{۴},+\infty)$

ب) $y=\frac{x^۲+۵}{\sqrt{x^۲+۴}}\longrightarrow y=\frac{x^۲+۴+۱}{\sqrt{x^۲+۴}}=\sqrt{x^۲+۴}+\frac{۱}{\sqrt{x^۲+۴}}\quad R_f=[۲,+\infty)$

-۹

$y=|x-۲|+|۲x+۴|$

۲ $\quad -\frac{۴}{۲}$

-۲		۲	
$۲-x-۲x-۴$	$۲-x+۲x+۴$		$x-۲+۲x+۴$
$-۳x+۷$	$x+۷$		$۳x+۱$