نام و نام خانوادگی ...... محمد شیرازی ...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۶... کلاس 11/B

۱

الف) $y = x^3 - 3x^2 + 3x \xrightarrow{\text{اضافه و کم}} x^3 - 3x^2 + 3x - 1 + 1 = (x-1)^3 + 1 = y$ $\quad (x-1) = \sqrt[3]{y-1}$

$x = \sqrt[3]{y-1} + 1$

$\boxed{R_f = \mathbb{R}}$

ب) $y = \frac{1}{x^2 - 2x} \to \frac{1}{x^2 - 2x + 1 - 1} \to \frac{1}{(x-1)^2 - 1} = y \to R_f = [-1, 1] - \{0\}$

۲

الف) $x^2 - 4x + 10 \to a > 0 \to [-\frac{\Delta}{4a}, +\infty) \to -\frac{b}{2a} = \frac{4}{2} = 2 \xrightarrow{x=2} 4 - 8 + 10 = 6 \to R_f = [6, +\infty)$

ب) $-x^2 + 6x + 2 \to a < 0 \to (-\infty, -\frac{\Delta}{4a}] \to -\frac{b}{2a} = \frac{-6}{-2} = 3 \xrightarrow{x=3} -9 + 18 + 2 = 11 \to R_f = (-\infty, 11]$

ج) $\sqrt{x^2 - 4x - 3} \to a > 0 \to [-\frac{\Delta}{4a}, +\infty) \to -\frac{b}{2a} = \frac{4}{2} = 2 \xrightarrow{x=2} 4 - 8 - 3 = -7 \to [-7, +\infty) \xrightarrow{\text{زیر رادیکال است}} R_f = [0, +\infty)$

د) $\sqrt{6x - x^2} \to a < 0 \to (-\infty, \frac{-\Delta}{4a}] \to -\frac{b}{2a} = \frac{-6}{-2} = 3 \xrightarrow{x=3} 18 - 9 = 9 \to (-\infty, 9] \xrightarrow{\text{زیر رادیکال}} R_f = [0, 3]$

۳

الف) $y = x^5 - 3x^4 + 2x^3 + 2x + 1 \xrightarrow{\text{بزرگترین توان به فرد است}} R_f = \mathbb{R}$

ب) $y = x^7 - 6x^4 + 2x^2 + 2 \xrightarrow{\text{بزرگترین توان به فرد است}} R_f = \mathbb{R}$

ج) $y = \sqrt{x^7 - 6x^4 + 2x^3 + 5x + 1} \to$ بزرگترین توان به فرد $\to (-\infty, +\infty) \xrightarrow{\text{زیر رادیکال}} [0, +\infty) = R_f$

د) $y = (x^5 - 2x^4 + 5x + 1)^2 \to$ بزرگترین توان به فرد $\to (-\infty, +\infty) \xrightarrow{\text{توان دو}} R_f = [0, +\infty)$

۴

الف) $y = \frac{2x+1}{x-2} \to a = 2, c = 1 \to R_f = \mathbb{R} - \{2\}$

راه دوم: $yx - 2y = 2x + 1 \to yx - 2x = 2y + 1 \to x = \frac{2y+1}{y-2} \to R_f = \mathbb{R} - \{2\}$

ب) $\frac{2x+1}{x+1} = y \to a = 2, c = 1 \to R_f = \mathbb{R} - \{2\}$

راه دوم: $yx + y = 2x + 1 \to yx - 2x = -y + 1 \to x = \frac{-y+1}{y-2} \to R_f = \mathbb{R} - \{2\}$

۵

الف) $y = \sqrt{\frac{2x+4}{x+1}} \to y^2 = \frac{2x+4}{x+1} \to y^2 x + y^2 = 2x + 4 \to y^2 x - 2x = -y^2 + 4 \to x = \frac{-y^2 + 4}{y^2 - 2}$

$y^2 - 2 \neq 0 \to y^2 \neq 2 \to y \neq \pm\sqrt{2} \to R_f = [0, +\infty) - \{\sqrt{2}\}$

ب) $y = \sqrt{\frac{2x+1}{2-x}} \to y^2 = \frac{2x+1}{2-x} \to 2y^2 - xy^2 = 2x + 1 \to -xy^2 - 2x = -2y^2 + 1$

$x(-y^2 - 2) = -2y^2 + 1 \to x = \frac{-2y^2 + 1}{-y^2 - 2}$

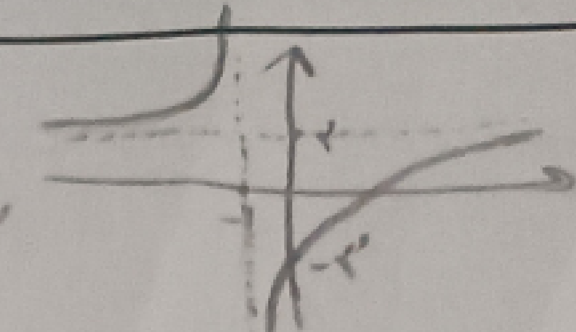
$-y^2 - 2 \neq 0 \to -y^2 \neq 2 \to y^2 \neq -2$ ✗ $\to R_f = [0, +\infty)$

۶

الف) $y=\frac{2x-2}{x+1}$ → مجانب قائم ⇐ $x+1=0 \to x=-1$

→ مجانب افقی $=\frac{a}{c}=\frac{2}{1}=2$

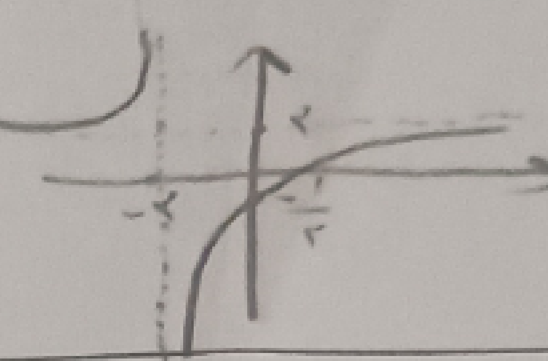
$(0,-2)$ نقطه کمکی



ب) $y=\frac{2x-1}{x+2}$ → مجانب قائم ⇐ $x+2=0 \to x=-2$

→ مجانب افقی ⇐ $\frac{a}{c}=\frac{2}{1}=2$

$(\frac{1}{2},0)$ نقطه کمکی



۷

الف) $y=\sin x+\frac{1}{\sin x} \to R_f=[-2,2]$

ب) $y=\frac{x^4+1}{x^2}=x^2+\frac{1}{x^2} \to R_f=(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$

ج) $y=\frac{\sqrt[3]{x^2}+1}{\sqrt[3]{x}}=\sqrt[3]{x}+\frac{1}{\sqrt[3]{x}} \to R_f=(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$

د) $\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}=y \to R_f=[2,+\infty)$

۸

الف) $y=x^2+\frac{1}{x^2+2} \to x^2+2+\frac{1}{x^2+2}-2 \to 2+\frac{1}{2}=\frac{5}{2} \to [\frac{5}{2},+\infty) \xrightarrow{-2} [\frac{1}{2},+\infty)$

ب) $y=\frac{x^2+5}{\sqrt{x^2+4}}=\frac{x^2+4+1}{\sqrt{x^2+4}}=\sqrt{x^2+4}+\frac{1}{\sqrt{x^2+4}}$ → کمترین مقدار $\sqrt{x^2+4}$: $2 \to 2+\frac{1}{2}$ → $R_f=[2/5,+\infty)$

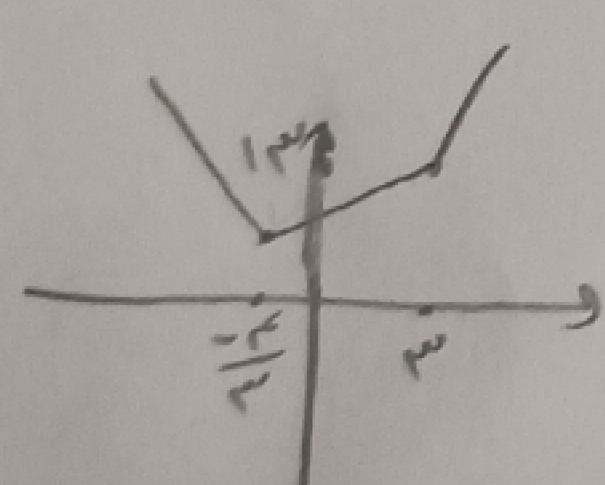
۹

$y=|x-3|+|2x+4|$

$x\geq 3 \to x-3+2x+4=3x+1$

$-\frac{4}{2}\leq x<3 \to -x+3+2x+4=x+7$

$x<-\frac{4}{2} \to -x+3-2x-4=-3x-1$



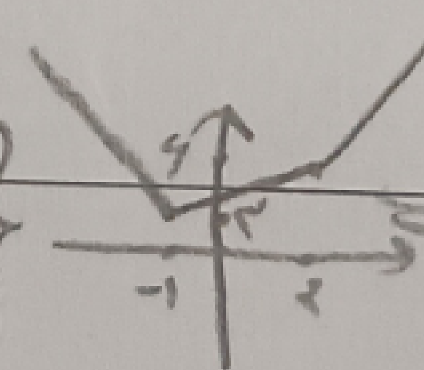
۱۰

الف) $y=|x-2|+|2x+2|$

$x\geq 2 \to x-2+2x+2=3x$

$-1\leq x<2 \to -x+2+2x+2=x+4$

$x<-1 \to -x+2-2x-2=-3x$



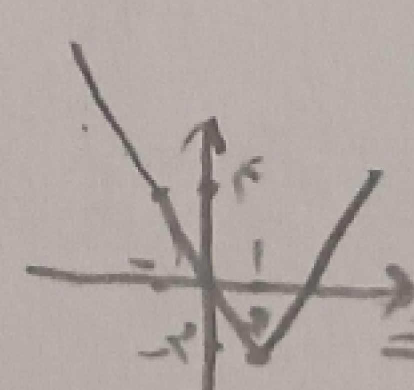
$\Rightarrow R_f=[3,+\infty)$

ب) $y=||2x-2|-|x+1||$

$x\geq 1 \to 2x-2-x-1=x-3$

$-1\leq x<1 \quad -2x+2-x-1=-3x+1$

$x<-1 \quad -2x+2+x+1=-x+3$



$\Rightarrow R_f=[-2,+\infty)$